

令和 2 年 度 数 学 (04コア・03プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

1

2つの条件

$$\frac{z-1}{z} \text{ の偏角は } \frac{\pi}{2}, \quad |z| = \frac{1}{2}$$

を同時に満たす複素数 z の実部と虚部を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

2

n を自然数とする。1 から n までの数がもれなく 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある。これら n 枚のカードから無作為に 1 枚引き、書かれている数を記録してカードを元に戻す。

この作業を n 回繰り返し、記録された数を $a_1, a_2, \dots, a_n$ とする。このとき、 $a_1, a_2, \dots, a_n$ の最大値が n であり、かつ最小値が 1 である確率を P_n とする。

(1) $a_1, a_2, \dots, a_n$ の中に、 n が現れない確率を求めよ。

(2) P_n を求めよ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ を求めよ。ただし、任意の実数 x について $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$ であることを用いてもよい。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

3

命題

「実数 x, y が $y > x^2 - x + 2$ を満たすならば $y > |x - a|$ が成り立つ」
が真であるような実数 a の範囲を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(40 点)

4実数 x の関数

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

を考える。

- (1) $f(x)$ の極大値, 極小値とそれらを与える x をすべて求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと 2 直線 $x = -1, x = 1$ および x 軸とで囲まれた領域を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

この問題については, 答えだけでなく, 答えを導く過程も書くこと。

(40 点)