

令和 2 年 度 数 学 (04プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら，問題のページ数を確認し，解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し，2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり，ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには，問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

1

次の極限をそれぞれ求めよ。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + \sqrt{3n}} - \sqrt{n} \right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\tan^2 x}$$

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

2平面内のベクトル $\vec{v}_n = (x_n, y_n)$ は

$$\vec{v}_1 = (1, 0), \quad \vec{v}_2 = (1, 1), \quad \vec{v}_{n+2} = \vec{v}_{n+1} + \vec{v}_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。

(1) $n = 1, 2$ に対して関係式

$$\begin{cases} x_{n+1} = ax_n + by_n \\ y_{n+1} = cx_n + dy_n \end{cases} \dots (*)$$

が成り立つような実数 a, b, c, d を求めよ。

(2) a, b, c, d を (1) で求めたものとする。関係式 (*) がすべての自然数 n に対して成り立つことを証明せよ。

この問題については、答えだけでなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

3

以下の問いに答えよ。

- (1) 2次式 $P(x) = ax^2 + bx + c$ は

$$P(3x + 2) = x^2 + x + 1$$

を満たすとする。実数 a, b, c を求めよ。

- (2) 次の式により定められる数列の一般項 a_n を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(40 点)

4実数 x の関数

$$f(x) = x - \frac{8x}{x^2 + 3}$$

を考える。

- (1) $f(x)$ の極大値, 極小値およびそれらを与える x の値を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(3, 1)$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) $y = f(x)$ の接線で, y 軸上の点 $(0, a)$ を通るものが存在するような a の範囲を求めよ。

この問題については, 答えだけでなく, 答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

