

令和 4 年度 数 学 (03コア)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

問題は次のページより始まります。

1実数 a に対して、2つの放物線

$$C_1 : y = -x^2, \quad C_2 : y = (x - a)^2 + 1$$

の両方に接する直線が2つある。それらを L_1, L_2 とする。

- (1) L_1, L_2 のうち、傾きが正であるものの方程式を求めよ。
- (2) L_1, L_2 が C_2 と接する点を、それぞれ P_1, P_2 とする。線分 P_1P_2 の中点の座標を a で表せ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(20 点)

2

a を正の実数とする。

- (1) 3 辺の長さが $a, a+2, 2a+1$ である三角形が存在するような a の範囲を求めよ。
- (2) 3 辺の長さが $a, a+2, 2a+1$ である三角形が存在し、それが鋭角三角形であるような a の範囲を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(30 点)

3

O を原点とする空間に、3つの点

$$A(1, 0, 1), \quad B(0, 1, 1), \quad C(1, 0, -1)$$

がある。

- (1) 2つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角を求めよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OD}$ が $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ と直交し、さらに $\overrightarrow{OC}$ と $\overrightarrow{OD}$ の内積が3となるような点 D の座標を求めよ。
- (3) (2) で定めた D に対して、四面体 OABD の体積を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(20 点)

4 a を実数として、関数

$$f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 - (a+3)x + a - 2$$

を考える。

(1) 関数 $y = f(x)$ のグラフは、 a の値によらず、平面上のある点を通る。

その点の座標を求めよ。

(2) 等式 $f(x) = 0$ を満たす実数 x の個数を m とする。 $m = 2$ となる a の

範囲を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(30 点)

