



令和 5 年度 数 学 (04コア・03プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら，問題のページ数を確認し，解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し，2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁，乱丁，印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり，ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには，問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら，解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。

問題は次のページより始まります。

1

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(1) 実数 α が

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$$

を満たすとき、 $\sin \alpha$ を求めよ。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする。

(2) 条件

$$f'(x) + \int_0^1 f(t) dt = 2e^{2x} - e^x \quad \text{かつ} \quad f(0) = 0$$

を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。ただし、 $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数を表す。

(40 点)

2

最初の持ち点を X_0 とし、以降 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、以下のように持ち点 X_{n-1} から持ち点 X_n を定める。ただし、 $X_0 = 0$ とする。

さいころを振って、出た目を a とし、

$$a = 2 \text{ ならば } X_n = 2X_{n-1}, \quad a \neq 2 \text{ ならば } X_n = X_{n-1} + a$$

とする。

(1) $X_2 = 6$ となる確率を求めよ。

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 X_n が 2 の倍数である確率を p_n とする。 p_n と p_{n-1} の間に成り立つ関係を求めよ。

(3) p_n を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

3 $z \neq -1$ を満たす複素数 z について

$$(\text{条件}) \quad \frac{z - 3 - 4i}{z + 1} \text{ は純虚数である}$$

を考える。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) 実数 z で (条件) を満たすものを求めよ。
- (2) (条件) を満たし、かつ $|z+1| = 2$ を満たす複素数 z_1, z_2 を求めよ。また、 z_1, z_2 について、それぞれの偏角 θ_1, θ_2 を答えよ。ただし、 $0 \leq \theta_1 < 2\pi$, $0 \leq \theta_2 < 2\pi$ とし、 z_1, z_2 の解答の順序は問わない。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(30 点)

4

平面上で不等式

$$e^x + e^{-x} - 4 \leq y \leq 4 - e^x - e^{-x}$$

が定める領域を D とする。

- (1) D の概形を図示せよ。
- (2) D の面積を求めよ。
- (3) 点 (x, y) が D 内を動くとき, $x + y$ の最小値と最大値を求めよ。また, 最小値を与える x, y , および最大値を与える x, y を求めよ。

この問題については, 答えだけではなく, 答えを導く過程も書くこと。

(40 点)

1

1

1