

令和 5 年度 数 学 (05コア・02プラス)

試験開始の合図があるまでに、次の注意をよく読んで、間違いないように受験してください。

1. 試験開始の合図があるまで冊子を開かないでください。
2. この冊子には問題 4 ページ、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ) 2 枚がセットになっています。
3. 試験開始の合図があったら、問題のページ数を確認し、解答用紙をミシン目で折ってから冊子よりていねいに切り離し、2 枚の用紙の両方に受験番号を記入してください。
4. 問題・解答用紙に落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所がある場合には申し出てください。
5. 解答の記入は黒鉛筆(シャープペンシル可)に限ります。
6. 文字ははっきり、ていねいに書いてください。
7. 解答用紙の点数欄には何も記入しないでください。
8. 解答用紙の裏面は使用しないでください。
9. 下書きには、問題冊子の余白を使ってください。
10. 使用していない解答用紙は机の上に裏返しにしてください。
11. 試験終了の合図があったら、解答用紙(そのⅠ)・(そのⅡ)のみ提出してください。
12. 「数学」のコア試験の配点は 100 点、プラス試験の配点は 120 点です。プラス試験の受験生の得点は、コア試験とプラス試験の配点比率に応じた調整を行います。
なお、各問題には、コア試験の配点のみ記載します。

問題は次のページより始まります。

1

大小2種類のコインがそれぞれ4枚ずつある。これら8枚のコインを同時に投げたとき、大きなコインで表が出たものの枚数を X とし、小さなコインで表が出たものの枚数を Y とする。

(1) $X + Y = 5$ である確率を求めよ。

(2) $XY = 4$ である確率を求めよ。

(3) $X + Y = 5$ であるとき、 $XY = 4$ である確率を求めよ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。また、答えが分数になる場合は既約分数で答えよ。

(25 点)

2 n を実数 $\left(\frac{5}{3}\right)^{30}$ の整数部分とする。つまり、 n は整数で $0 \leq \left(\frac{5}{3}\right)^{30} - n < 1$ を満たしている。以下では、 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 3 = 0.477$ を用いてもよい。

(1) n の桁数を求めよ。

(2) n の最高位の数字は 4 であることを示せ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(25 点)

3

三角形 OAB について

$$OA = 3, \quad OB = \sqrt{5}, \quad \cos \angle AOB = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

が成り立っている。辺 AB を 3 : 1 に内分する点を P とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$,
 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。

(2) 線分 OP の垂直二等分線と、直線 OA との交点を Q とする。 $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$
を用いて表せ。

この問題については、解答用紙の所定の欄に答えだけを書くこと。

(25 点)

4 a, b, c を実数とする。3 次関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

は $f(-3) = f'(-3) = 0$ を満たし、また、曲線 $C: y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における C の接線 L は原点を通るとする。ただし、 $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数を表す。

(1) a, b, c を求めよ。

(2) 接線 L と C とで囲まれた図形の中で、不等式 $y \geq 0$ を満たす部分の面積を求めよ。

この問題については、答えだけではなく、答えを導く過程も書くこと。

(25 点)

