

数 学

(医 学 部・工 学 部)

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は2ページである。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験官に申し出ること。
3. 受験番号は、6枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。
5. 問題 **5** **6** は選択問題である。いずれか一問題を解答すること。
6. 選択した問題は解答用紙の所定の箇所に○印を付し、選択しなかった問題には×印を付すこと。○×を正しく付さなかった場合には、不利になることがある。
白紙解答の場合も、解答用紙に○×を明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

医学部・工学部

1 xy 平面において、直線 $l: y = x + 1$ と 2 点 $A(1, 3)$, $B(4, -1)$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $\angle APB = 90^\circ$ となる直線 l 上の点 P は 2 つある。これを C , D とするとき、これらの点の座標を求めよ。ただし、 C の x 座標は D の x 座標より小さいものとする。
- (2) $\angle CAD$ の大きさを求めよ。
- (3) 四角形 $ACBD$ の外接円と x 軸との交点の x 座標を求めよ。

2 曲線 $y = 1 - x^2$ 上の異なる 2 点 $A(a, 1 - a^2)$, $B(b, 1 - b^2)$ における接線が直交しているものとする。ただし、 $b < a$ とする。

- (1) a と b がみたす関係式を求めよ。
- (2) 2 接線の交点の座標を a であらわせ。
- (3) 2 接線と x 軸で囲まれる三角形の面積の最小値を求めよ。

3 曲線 $C_1: y = x^2 e^{-x^2}$ と直線 $C_2: y = kx$ (k は正定数) を $x > 0$ で考える。

- (1) 関数 $y = x^2 e^{-x^2}$ ($x > 0$) のグラフの概形を描け。ただし、凹凸は調べなくてよい。また、 $x \rightarrow \infty$ のとき $x^2 e^{-x^2} \rightarrow 0$ となることは用いてよい。
- (2) C_1 と C_2 が異なる 2 点で交わるような k の範囲を求めよ。
- (3) k が (2) で求めた範囲にあるとき、2 交点の x 座標を α, β ($0 < \alpha < \beta$) とする。 C_1 と C_2 で囲まれる部分の面積 S が

$$S = \frac{k}{2} \left\{ \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} \right) - \left(\beta^2 + \frac{1}{\beta^2} \right) \right\}$$

となることを示せ。

4 二項係数を次のように順番に並べて、数列 $\{a_n\}$ を定める。

$${}_0C_0, {}_1C_0, {}_1C_1, {}_2C_0, {}_2C_1, {}_2C_2, {}_3C_0, \dots$$

ただし、 ${}_0C_0 = 1$ とする。

- (1) a_{18} の値を求めよ。
- (2) ${}_nC_k$ は第何項になるか。
- (3) $\sum_{n=1}^{50} a_n$ の値を求めよ。

5 (選択問題)

原点 O で交わる線分 AA' と線分 BB' がある。ただし、4点 A, A', B, B' は原点と異なり、3点 O, A, B は同一直線上にはないものとする。線分 AB 上の点 C に対して、線分 $A'B'$ 上の点 C' を、線分 CC' が原点を通るようにとる。

$AC : CB = A'C' : C'B'$ となる、2点 A, B と異なる点 C があるとき、線分 AB と線分 $A'B'$ は平行であることを示せ。

6 (選択問題)

α, β が複素数で、 $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$, $|\beta| = \sqrt{3}$, $\frac{\beta}{\alpha}$ の偏角が 90° のとき、次の問いに答えよ。

- (1) 次の条件をみたす γ が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

$$\frac{2\gamma - \beta}{\alpha} \text{ は実数で, } 0 \leq \frac{2\gamma - \beta}{\alpha} \leq 1$$

- (2) 点 γ が(1)の図形上を動くとき、 $|z - \gamma| = |\gamma|$ をみたす点 z が動く範囲の面積を求めよ。