

1

以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) すべての正の数 x に対して, $\frac{2x+1}{\sqrt{x+k}} \leq \frac{2x+2}{\sqrt{x+k+1}}$ が成り立つ k の範囲を求めよ。

ただし, $k > 0$ とする。

(2) すべての自然数 n について, $\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2n} < \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ が成り立つことを示せ。

2

すべての内角が 180° より小さい四角形 ABCD において, $AB = BC = 2$, $CD = \sqrt{3}$,

$DA = \sqrt{5}$, $\angle ABD = 45^\circ$ とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1) BD を求めよ。
- (2) $\angle CBD$ を求めよ。
- (3) AC^2 を求めよ。

3

a, b は 2 以上の自然数で, $\log_a b > \log_b a^2 + 1$ を満たしているとする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) $\log_a b > 2$ を示せ。
- (2) $3a > b$ のとき, a, b の値を求めよ。

4

放物線 $C : y = x^2 + 2x + a$ と直線 $\ell : y = mx + 1$ を考える。以下の問に答えよ。

(配点比率 20%)

- (1) どのような m に対しても、放物線 C と直線 ℓ が異なる 2 点で交わるための a の範囲を求めよ。
- (2) a が (1) で求めた範囲にあるとする。放物線 C と直線 ℓ とで囲まれる領域の面積が最小となる m を求めよ。また、その最小値が 1 となるときの a の値を求めよ。

5

(選択問題)

複素数 z について、等式 $|z - 4i| = 2|z - i|$ を考える。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) 上の等式を満たす z 全体の描く図形 C を複素数平面上に図示せよ。
- (2) 虚軸上の点 ai (a は実数) と C 上の点 z を結ぶ線分の中点を w とする。 z が C 上を動くとき、 w 全体の描く図形が C に接する場合の a の値を求めよ。

6

(選択問題)

コインを 8 回投げるゲームをする。最初の持ち点を 4 点とする。コインを 1 回投げるごとに、表が出たら持ち点到 1 点を加え、裏が出たら 1 点を引く。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) ゲーム終了時に、持ち点が 0 点である確率を求めよ。
- (2) ゲーム終了時に、初めて持ち点が 0 点となる確率を求めよ。
- (3) このゲームで、1 度でも持ち点が 0 点となる確率を求めよ。