

1

以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) すべての正の数 x に対して, $\frac{2x+1}{\sqrt{x+k}} \leq \frac{2x+2}{\sqrt{x+k+1}}$ が成り立つ k の範囲を求めよ。

ただし, $k > 0$ とする。

- (2) すべての自然数 n について, $\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2n} < \frac{1}{\sqrt{n+1}}$ が成り立つことを示せ。

2 すべての内角が 180° より小さい四角形 $ABCD$ において, $AB = BC = 2$, $CD = \sqrt{3}$, $DA = \sqrt{5}$, $\angle ABD = 45^\circ$ とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) BD を求めよ。
- (2) $\angle CBD$ を求めよ。
- (3) AC^2 を求めよ。

3 a, b は 2 以上の自然数で, $\log_a b > \log_b a^2 + 1$ を満たしているとする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20%)

- (1) $\log_a b > 2$ を示せ。
- (2) $3a > b$ のとき, a, b の値を求めよ。

4

関数 $f(x) = \int_0^x \frac{4}{4-t^2} dt$ ($-2 < x < 2$) の逆関数を $g(x)$ とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20%)

- (1) $f(a) = 2$ となる定数 a ($-2 < a < 2$) を求めよ。
- (2) 関数 $g(x)$ とその導関数 $g'(x)$ を求めよ。また、 $\{g(x)\}^2 = 4 - 4g'(x)$ が成り立つことを示せ。
- (3) 関数 $y = g(x)$ のグラフと x 軸および直線 $x = 2$ とで囲まれる図形を D とする。図形 D を x 軸の回りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

5

(選択問題)

複素数 z について、等式 $|z - 4i| = 2|z - i|$ を考える。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) 上の等式を満たす z 全体の描く図形 C を複素数平面上に図示せよ。
- (2) 虚軸上の点 ai (a は実数) と C 上の点 z を結ぶ線分の中点を w とする。 z が C 上を動くとき、 w 全体の描く図形が C に接する場合の a の値を求めよ。

6

(選択問題)

コインを 8 回投げるゲームをする。最初の持ち点を 4 点とする。コインを 1 回投げるごとに、表が出たら持ち点到 1 点を加え、裏が出たら 1 点を引く。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) ゲーム終了時に、持ち点が 0 点である確率を求めよ。
- (2) ゲーム終了時に、初めて持ち点が 0 点となる確率を求めよ。
- (3) このゲームで、1 度でも持ち点が 0 点となる確率を求めよ。