

**1** 水平な地面に高さ  $h$  の鉄塔が垂直に立っている。鉄塔の頂点を  $P$ 、地面上の異なる 2 点を  $A$ ,  $B$  とし,  $AB$  間の距離を  $c$ ,  $A$  から  $P$  を見上げた角を  $\alpha$ ,  $\angle PAB$  を  $\theta_A$ ,  $\angle PBA$  を  $\theta_B$  とする。以下の間に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) 高さ  $h$  を  $\alpha$ ,  $\theta_A$ ,  $\theta_B$ ,  $c$  を用いて表せ。

(2) 線分  $AB$  上の点から  $P$  を見上げた角の最大値を  $\beta$  とする。 $\alpha = 30^\circ$ ,  $\theta_A = 60^\circ$ ,  $\theta_B = 80^\circ$  のとき,  $\sin \beta$  を求めよ。

**2**  $a$  と  $b$  を正の定数とし、等差数列  $a_n = a + (n - 1)b$  ( $n \geq 1$ ) を考える。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

(1)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1}}$  を求めよ。

(2)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k a_{k+1} a_{k+2}}$  を求めよ。

(3)  $\sum_{k=1}^n \frac{k}{a_k a_{k+1} a_{k+2}}$  を求めよ。

**3**  $xy$  平面上の 2 つの曲線  $y = \cos \frac{x}{2}$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) と  $y = \cos x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) を考える。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) 上の 2 つの曲線, および直線  $x = \pi$  を描き, これらで囲まれる領域を斜線で示せ。
- (2) (1) で示した斜線部の領域を  $x$  軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ。

4

$a, b, c$  を実数の定数とするとき、 $x^2 + y^2 + axy + b(x + y) + c = 0$  について考える。以下の間に答えよ。(配点比率 20%)

- (1)  $y^2 + by - 1 < 0$  をみたす実数  $y$  の範囲を求めよ。
- (2)  $c = -1$  とする。 $y$  を (1) で求めた範囲で固定したとき、上の  $x$  についての 2 次方程式は、正負両方の解をもつことを示せ。
- (3)  $c = 1$  とする。実数  $y$  を固定したとき、上の  $x$  についての 2 次方程式が実数解をもつための条件を  $a, b, y$  を用いて表せ。
- (4)  $-2 < a < 2$  とする。 $x^2 + y^2 + axy + b(x + y) + 1 = 0$  をみたす実数  $x, y$  が存在するための条件を  $a, b$  を用いて表せ。

**5****(選択問題)**

複素数平面上の点  $z = x + yi$  ( $x > 0, y > 0$ ) について、以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1) 複素数平面上の 2 点  $z, \frac{1}{z}$  を結ぶ線分は、 $0$  と  $1$  との間で実軸と交わることを示せ。
- (2) 複素数平面上の 3 点  $z, 0, \frac{1}{z}$  を頂点とする三角形の面積を  $x$  と  $y$  を用いて表せ。
- (3) 複素数平面上の 3 点  $z, 1, \frac{1}{z}$  を頂点とする三角形の面積が、(2)で求めた面積と等しくなる点  $z$  全体の描く図形を図示せよ。

6

(選択問題)

平面上のベクトル  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$ ,  $\vec{a}$  が  $2\vec{x} + 3\vec{y} = \vec{a}$ ,  $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$ ,  $|\vec{x}| = |\vec{y}|$ ,  $\vec{a} = (7, -4)$  をみたしているとする。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

- (1)  $|\vec{x}|$  および  $\vec{a} \cdot \vec{x}$  の値を求めよ。
- (2)  $\vec{x}$  および  $\vec{y}$  を成分で表せ。