

# 数 学

教育学部[数学(口)]

工学部

医学部医学科

## 問 題 冊 子

### 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 3 ページである。  
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
5. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
6. 解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 問題冊子は持ち帰ること。
8. 各大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

## 教育学部[数学(口)]

### 工学部

### 医学部医学科

**1**  $a, b, \theta$  を実数とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) 次の2つの等式から  $\theta$  を消去して,  $b$  を  $a$  を用いて表せ。

$$\begin{cases} \sin \theta + \cos \theta = a \\ \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = b \end{cases}$$

(2) 次の2つの等式から  $\theta$  を消去して,  $a, b$  の関係式を求めよ。

$$\begin{cases} \tan \theta + \sin \theta = a \\ \tan \theta - \sin \theta = b \end{cases}$$

**2** 片面が黒く塗りつぶされた4枚のカードがあり, もう一方の面には, 1から4までの整数が1枚につき1つずつ重複なく書かれている。また, 各面に1から4までの整数が1つずつ重複なく書かれた正四面体を1つ用意する。

最初に, カードに書かれた数の小さい順にカードを左から並べ, 黒い面を上にしておく。次の試行を考える。

正四面体をサイコロのようにふり, 底面に書かれている数が  $n$  のとき, 左から  $n$  枚目のカードを裏返す。

以下の問に答えよ。ただし, 正四面体の各面の出方は同様に確からしいとする。(配点比率 20 %)

- (1) この試行を4回繰り返したとき, すべてのカードの上面が黒である確率を求めよ。
- (2) この試行を4回繰り返したとき, カードの上面に書かれた数の和の期待値を求めよ。

3 実数  $a$  に対し、関数  $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}(a^2 + 1)x^2 + 3ax$  とおく。ただし、 $a \neq 0$  とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1)  $f(x)$  が極値をもたないような  $a$  の値を求めよ。
- (2)  $f(x)$  の極大値が正で、極小値が負となるような  $a$  の値の範囲を求めよ。

4 関数  $f(x)$  は、 $f'(x) = \frac{x}{1-x}$  かつ  $f(0) = 0$  を満たすものとする。以下の問に答えよ。ここで、対数は自然対数を表すものとする。(配点比率 20 %)

- (1)  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $x < 1$  における  $f(x)$  の最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。
- (3)  $p < 1$ ,  $q < 1$  とする。 $p \neq q$  のとき、平均値の定理を用いて  $\frac{\log(1-p) - \log(1-q)}{p-q}$  と  $-\frac{1}{1-p}$  の大小を比較せよ。
- (4)  $a < 1$  に対し、 $g(x) = f'(a)(x-a) + f(a)$  とおく。このとき  $x < 1$  において、不等式  $g(x) \leq f(x)$  が成り立つことを示せ。

5

2 次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  で表される 1 次変換について、以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) この 1 次変換が点  $(1, 1)$  を点  $(0, 2)$  へ、点  $(-1, 1)$  を点  $(-1, 0)$  へ、それぞれ移すと

き、行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  を求めよ。

(2) (1) で求めた行列  $A$  に対して、 $(1, 2)$  成分と  $(2, 1)$  成分とを交換してできた行列を  $B$  とする。このとき、 $H^2 = AB$  を満たす 2 次の正方行列  $H$  をすべて求めよ。

(3)  $A$  を (1) で求めた行列とし、 $U = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とする。(2) で求めた行列

$H$  のうちで、 $A = HU$  を満たす  $U$  が存在するような  $H$  と、そのときの  $\theta$  の値を求めよ。