

平成 22 年 度
前 期 日 程

数 学

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

1

b と d で実数の定数を表す。次の条件(*)を考える。

(*) 「すべての正の実数 x に対して $\frac{x+b}{x^3+1} < \frac{x+2b+d}{x^3+2}$ である。」

以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1) $b + d > 0$ は, (*)が成立するための必要条件であることを示せ。
- (2) $d > 0$ は, (*)が成立するための必要条件であることを示せ。
- (3) d を任意の正の実数とする。(*)が成立するための必要十分条件として, b が満たすべき範囲を d を用いて表せ。

- 2 n を 3 以上の整数とする。1 から n までの番号を 1 つずつ重複せずに書いた n 枚のカードが箱に入っている。この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し、取り出したカードの番号を小さい順に a, b, c とする。 $b - a = c - b$ が成り立つ確率を p_n とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) p_5 を求めよ。
- (2) p_6 を求めよ。
- (3) n が奇数のとき、 p_n を求めよ。
- (4) n が偶数のとき、 p_n を求めよ。

- 3 空間内の四面体 OABC について、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。辺 OA 上の点 D は $OD : DA = 1 : 2$ を満たし、辺 OB 上の点 E は $OE : EB = 1 : 1$ を満たし、辺 BC 上の点 F は $BF : FC = 2 : 1$ を満たすとする。3 点 D, E, F を通る平面を α とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) α と辺 AC が交わる点を G とする。 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて $\overrightarrow{OG}$ を表せ。
- (2) α と直線 OC が交わる点を H とする。OC : CH を求めよ。
- (3) 四面体 OABC を α で 2 つの立体に分割する。この 2 つの立体の体積比を求めよ。

4 次の設問〔Ⅰ〕と〔Ⅱ〕に答えよ。(配点比率 20 %)

〔Ⅰ〕 $0 < \theta < \pi$ かつ $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ とする。 $\tan^2 \theta > \sin \theta$ を満たす $\sin \theta$ の値の範囲を求めよ。

〔Ⅱ〕 a, b, c, R, β を $a > 0, b > 0, c > 1, R > 0, 0 \leq \beta < 2\pi$ を満たす実数とする。

また、任意の実数 θ に対して、次の等式が成立しているとする。

$$\log_c \frac{a^{\sin \theta}}{b^{\cos \theta}} = R \sin(\theta + \beta)$$

(1) a, b, c を用いて、 $R, \sin \beta, \cos \beta$ を表せ。

(2) $a = c, b = c^{\sqrt{3}}$ が成り立つとき、 β の値を求めよ。

5 a を正の実数とし、 b を負の実数とする。 xy 平面上の直線 $C_1: y = x$ と放物線 $C_2: y = ax^2 + bx$ を考える。 C_1 と C_2 は 2 点で交わり、 C_1 と C_2 の囲む図形の面積を S とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

(1) a を S と b を用いて表せ。

(2) C_1 と C_2 の交点の座標を (p_1, q_1) , (p_2, q_2) (ここで $p_1 < p_2$) とし、 $L = p_2 - p_1$ とおく。

$p_1 \leq x \leq p_2$ における $ax^2 + bx$ の最小値の絶対値を T とする。 S の値が一定になるように a と b を変化させたとき、 $\frac{T-L}{L^3}$ の最小値を S を用いて表せ。