

平成 22 年 度
前 期 日 程

数 学

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部〔数学(口)〕

医学部医学科

工学部

1

b と d で実数の定数を表す。次の条件(*)を考える。

(*) 「すべての正の実数 x に対して $\frac{x+b}{x^3+1} < \frac{x+2b+d}{x^3+2}$ である。」

以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1) $b + d > 0$ は, (*) が成立するための必要条件であることを示せ。
- (2) $d > 0$ は, (*) が成立するための必要条件であることを示せ。
- (3) d を任意の正の実数とする。(*) が成立するための必要十分条件として, b が満たすべき範囲を d を用いて表せ。

2 n を 3 以上の整数とする。1 から n までの番号を 1 つずつ重複せずに書いた n 枚のカードが箱に入っている。この箱から 3 枚のカードを同時に取り出し、取り出したカードの番号を小さい順に a, b, c とする。 $b - a = c - b$ が成り立つ確率を p_n とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) p_5 を求めよ。
- (2) p_6 を求めよ。
- (3) n が奇数のとき、 p_n を求めよ。
- (4) n が偶数のとき、 p_n を求めよ。

- 3** 空間内の四面体 $OABC$ について、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。辺 OA 上の点 D は $OD : DA = 1 : 2$ を満たし、辺 OB 上の点 E は $OE : EB = 1 : 1$ を満たし、辺 BC 上の点 F は $BF : FC = 2 : 1$ を満たすとする。3 点 D, E, F を通る平面を α とする。以下の間に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) α と辺 AC が交わる点を G とする。 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて $\overrightarrow{OG}$ を表せ。
- (2) α と直線 OC が交わる点を H とする。 $OC : CH$ を求めよ。
- (3) 四面体 $OABC$ を α で 2 つの立体に分割する。この 2 つの立体の体積比を求めよ。

- 4 xy 平面上で曲線 $C: y = \log x$ を考える。 p を正の実数とし、 C 上の点 $(p, \log p)$ における接線を ℓ_p で表す。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)
- (1) 接線 ℓ_p の方程式を求めよ。
 - (2) $0 < p < 1$ の範囲で p を変化させたとき、接線 ℓ_p と x 軸、 y 軸で囲まれた図形の面積の最大値を求めよ。
 - (3) $0 < p < 1$ とする。接線 ℓ_p と x 軸、曲線 C で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

5 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に関する以下の問に答えよ。 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とおく。

(配点比率 20 %)

- (1) $A^2 - (a + d)A + (ad - bc)E = O$ を証明せよ。
- (2) a, b, c, d が有理数のとき, $A^3 = 5E$ は成り立たないことを証明せよ。 $\sqrt[3]{5}$ は無理数であることを使ってよい。
- (3) a, b, c, d が実数のとき, $A^6 = -E$ を満たす A の $a + d$ と $ad - bc$ の組 $(a + d, ad - bc)$ をすべて求めよ。その各々の組に対し, それを与える A の例を 1 つずつ記せ。