

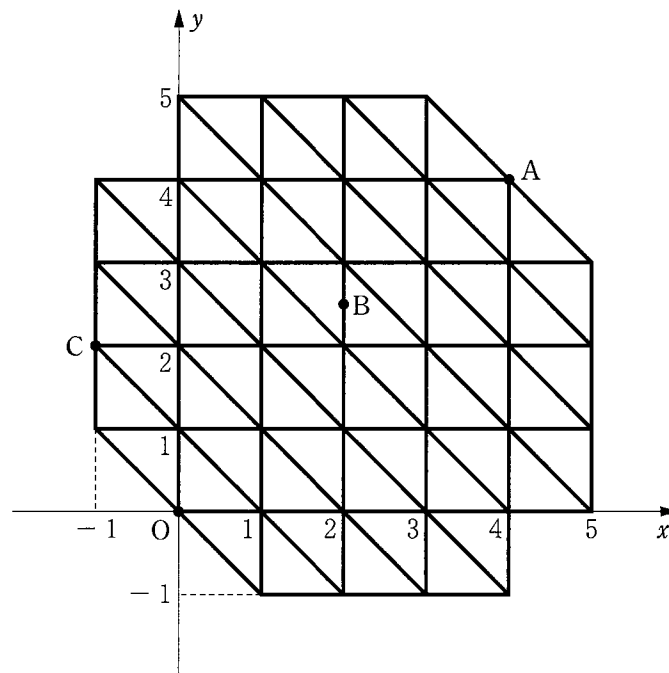
教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

- 1 下の図のように、 xy 平面上に、 x 軸に平行な道、 y 軸に平行な道、直線 $y = -x$ に平行な道があるものとする。これらの道を通して、原点 O から点 $A(4, 4)$ まで行くとき、以下の各場合に道順の総数を求めよ。(配点比率 20 %)



- (1) 最短経路で行く場合。
- (2) 点 $B(2, 2.5)$ を通らずに、最短経路で行く場合。
- (3) 点 $C(-1, 2)$ を通り、道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。
- (4) 道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。
- (5) $0 \leq x \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$ の部分だけを通り、道のりが $8 + \sqrt{2}$ になる場合。

2 連立不等式 $y \geq |3x - 2|$, $x - 4y + 8 \geq 0$ の表す領域を D とする。以下の問に答えよ。

(配点比率 20 %)

- (1) 領域 D を図示せよ。
- (2) 点 (x, y) が領域 D を動くとき, $x^2 + 2x + y^2$ の最小値と, それを与える点 (x, y) を求めよ。

3 平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 S と S に内接する正三角形 ABC がある。以下の問に答えよ。(配点比率 20%)

(1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OC}$ を $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。

(3) 平面上の任意の点 P に対して、以下の不等式が成り立つことを示せ。

$$AP^2 + BP^2 + CP^2 \geq 3$$

また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

(4) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$(\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 + (\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 + (\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OQ})^2 = \frac{3}{2}$$

となることを示せ。

(5) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$AQ^4 + BQ^4 + CQ^4$$

の値を求めよ。

4 空間内の四面体 $OABC$ について、 $\angle OAC = \angle OAB = 90^\circ$ 、 $\angle BOC = \alpha$ 、 $\angle COA = \beta$ 、 $\angle AOB = \gamma$ 、 $OA = 1$ とする。ただし、 α 、 β 、 γ はすべて鋭角で、 $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ 、 $\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$ である。三角形 ABC の外接円を S とし、その中心を P とする。以下の間に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1) 辺 BC の長さを求めよ。
- (2) $\theta = \angle BAC$ とするとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) 線分 OP の長さを求めよ。
- (4) 円 S の周上に点 D をとり、線分 AD と線分 DB の長さをそれぞれ $AD = x$ 、 $DB = y$ とする。 $x + y$ の最大値とそれを与える x 、 y を求めよ。

5 放物線 $y = x^2 + 4x$ を C とする。 C 上の x 座標が p である点における接線を l とする。ただし、 p は正の定数とする。以下の問に答えよ。(配点比率 20 %)

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 接線 l と y 軸との交点を通る C の接線を m とする。ただし、 m と l は異なるとする。 m の方程式を求めよ。
- (3) 放物線 C と接線 l および y 軸とで囲まれた部分の面積を S とし、放物線 C と接線 m および y 軸とで囲まれた部分の面積を T とする。 $\frac{T}{S}$ の値は p によらず一定となることを示せ。