

平成 24 年 度
前 期 日 程

数 学

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

1 四角形 ABCD において $AB = CD = 1$, $BC = DA = 3$ であり, 対角線 AC, BD の長さをそれぞれ x , y とする。以下の問に答えよ。

- (1) 四角形 ABCD の面積 S を x を用いて表せ。また, S の最大値 S_0 を求めよ。
- (2) 面積が $\frac{1}{3} S_0$ である四角形 ABCD に対して x^2 , y^2 の値を求めよ。ただし, $x \leq y$ とし, S_0 は (1) で求めたものとする。
- (3) $\cos \angle ACB$ を x で表せ。また, $\angle ACB$ が最大となる x の値を求めよ。

(配点比率 20 %)

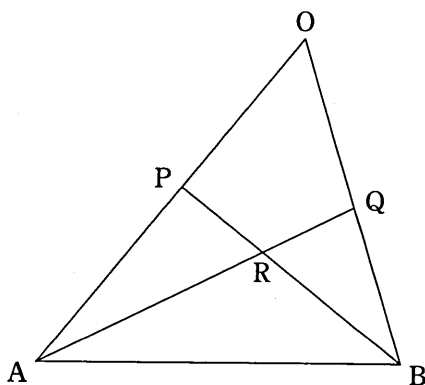
2

1 から 8 までの番号が 1 つずつ重複せずに書かれた 8 個の玉が、箱の中に入っている。1 回目の操作として、箱から 3 個の玉を同時に取り出し、最大番号と最小番号の玉は箱に戻さず、残りの 1 個を箱に戻す。この状態から 2 回目の操作として、さらに箱から 3 個の玉を同時に取り出す。1 回目の操作で取り出した 3 個の玉の最大番号と最小番号の差を n_1 、2 回目の操作で取り出した 3 個の玉の最大番号と最小番号の差を n_2 とする。以下の問に答えよ。

- (1) $n_1 \geq 3$ となる確率を求めよ。
- (2) 2 回目の操作で取り出した 3 個の玉の中に、5 の番号が書かれた玉が含まれる確率を求めよ。
- (3) $n_1 + n_2 \leq 11$ となる確率を求めよ。

(配点比率 20 %)

- 3 鋭角三角形 OAB において、 $OA \geq OB$ とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。実数 t, s を $0 < t < 1, 0 < s < 1$ とする。辺 OA を $t : (1 - t)$ の比に内分する点を P , 辺 OB を $s : (1 - s)$ の比に内分する点を Q , 直線 AQ と直線 BP との交点を R とする。以下の問に答えよ。
- (1) ベクトル $\overrightarrow{OR}$ を $t, s, \vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
 - (2) $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{AB}$ であるとき, $t, |\vec{a}|, |\vec{b}|, \vec{a} \cdot \vec{b}$ を用いて s を表せ。
 - (3) $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{AB}$ であるとき, $s \geq t$ となることを示せ。このとき, $s = t$ ならば $OA = OB$ となることを示せ。



(配点比率 20 %)

4 数列 $\{x_n\}$ を

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = x_n + x_n(1 - \log x_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めることにする。 e を自然対数の底として、以下の問に答えよ。

- (1) 実数 x が $0 < x < e$ のとき、 $\frac{1}{e}(e - x) < 1 - \log x < \frac{1}{x}(e - x)$ となることを示せ。
- (2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し、 $1 \leq x_n < e$ であることを示せ。
- (3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し、 $e - x_{n+1} < \left(1 - \frac{1}{e}\right)(e - x_n)$ であることを示せ。
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = e$ であることを示せ。

(配点比率 20 %)

- 5 a を正の実数とする。 t を媒介変数として

$$x(t) = \cos 2t, \quad y(t) = \sin at \quad (-\pi \leq t \leq \pi)$$

で表される曲線 C について、以下の問に答えよ。

- (1) $a = 1$ とする。 C を x と y の方程式で表し、その概形を xy 平面上にかけ。
- (2) $a = 2$ とする。 C を x と y の方程式で表し、その概形を xy 平面上にかけ。
- (3) 定積分

$$\int_{-\pi}^{\pi} x(t)y'(t)dt$$

の値を、 $a \neq 2$ と $a = 2$ のそれぞれの場合について求めよ。

- (4) (3) で求めた定積分の値を a の関数と考えて $P(a) = \int_{-\pi}^{\pi} x(t)y'(t)dt$ とおく。 $\lim_{a \rightarrow 2} P(a)$ の値を求めよ。
- (5) $P(a)$ が $a = 2$ において連続かどうか理由を付けて答えよ。

(配点比率 20 %)