

数 学

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

1 a, b を正の実数とする。 xy 平面上の放物線 $y = x^2 - 2ax$ と直線 $y = bx$ は原点 O と点 A の異なる 2 点で交わる。また、放物線の頂点を B とし、三角形 OAB を考える。以下の問に答えよ。

- (1) 点 A および点 B の座標を求めよ。
- (2) 三角形 OAB が直角三角形のとき、 a と b の満たすべき条件を求めよ。
- (3) $a = b$ のとき、 $\cos \angle AOB$ を a を用いて表せ。
- (4) $a = b$ のとき、三角形 OAB の面積を a を用いて表せ。

(配点比率 20 %)

2 xy 平面上に中心 $(1, 0)$ ，半径 2 の円 C がある。円 C と y 軸との交点のうち， y 座標が負である点を P とする。以下の問に答えよ。

- (1) 点 P の座標を求めよ。
- (2) 点 Q が円 C の周から点 P を除いた部分を動くとき，線分 PQ の中点 R の軌跡を求めよ。
- (3) 点 Q は円 C の周から点 P を除いた部分を動くとする。また， k を 1 以外の正の実数とし，線分 PQ を $k:1$ に外分する点を S とする。このとき点 S の軌跡を求めよ。
- (4) $k = 3$ のとき，直線 $y = x + a + \frac{\sqrt{3}}{2}$ が (3) で求めた軌跡と共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

(配点比率 20 %)

3 1 から 9 までの数字が 1 つずつ重複せずに書かれた 9 枚のカードがある。そのうち 8 枚のカードを A, B, C, D の 4 人に 2 枚ずつ分ける。以下の問に答えよ。

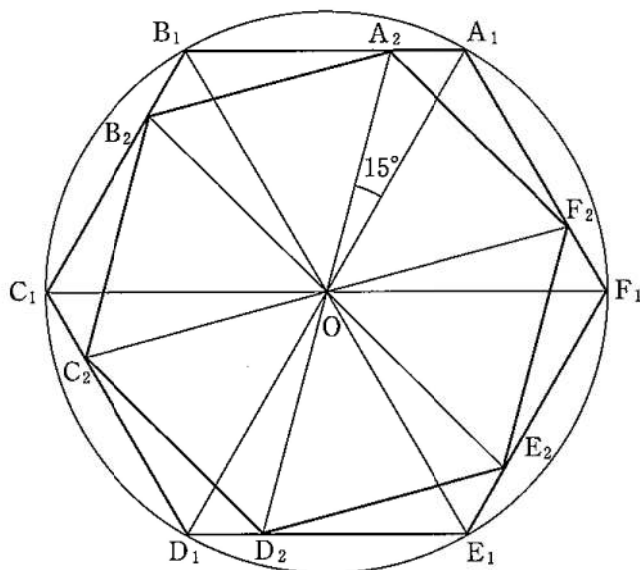
- (1) 9 枚のカードの分け方は全部で何通りあるか。
- (2) 各人が持っている 2 枚のカードに書かれた数の和が 4 人とも奇数である確率を求めよ。
- (3) 各人が持っている 2 枚のカードに書かれた数の差が 4 人とも同じである確率を求めよ。ただし、2 枚のカードに書かれた数の差とは、大きいほうの数から小さいほうの数を引いた数である。

(配点比率 20 %)

- 4 中心を点 O とする半径 1 の円に内接する正六角形 H_1 があり、その頂点を反時計回りに $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ とする。辺 A_1B_1 上に点 A_2 を $\angle A_1OA_2 = 15^\circ$ を満たすようにとり、辺 B_1C_1 上に点 B_2 を $\angle B_1OB_2 = 15^\circ$ を満たすようにとる。同様に、図のように辺 $C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1, F_1A_1$ 上にそれぞれ点 C_2, D_2, E_2, F_2 をとり、点 A_2 から点 F_2 を頂点とする正六角形を H_2 とおく。

上の操作を再び正六角形 H_2 に対して行い、辺 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2E_2, E_2F_2, F_2A_2$ 上にそれぞれ点 $A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3$ をとり、これらを頂点とする正六角形を H_3 とおく。同様に 3 以上の整数 n に対して、上の操作を正六角形 H_n に行うことにより得られる正六角形を H_{n+1} とおく。以下の問に答えよ。

- (1) 辺 OA_2 の長さを求めよ。
- (2) 正六角形 H_2 の面積 S_2 を求めよ。
- (3) 正六角形 H_n の面積 S_n を n を用いて表せ。



(配点比率 20 %)

5 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ は空間のベクトルであり、次の条件を満たしている。

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{d}| = 1$$

以下の問に答えよ。ここで2つのベクトルのなす角 θ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ である。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角と $\vec{c}$ と $\vec{d}$ のなす角が等しいことを示せ。
- (2) 内積 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ が 0 であることを示せ。
- (3) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角と、 $\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角が等しいとする。このとき、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ は、 $\cos \theta \leq 0$ を満たすことを示せ。

(配点比率 20 %)