

数 学

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部[数学(イ)]

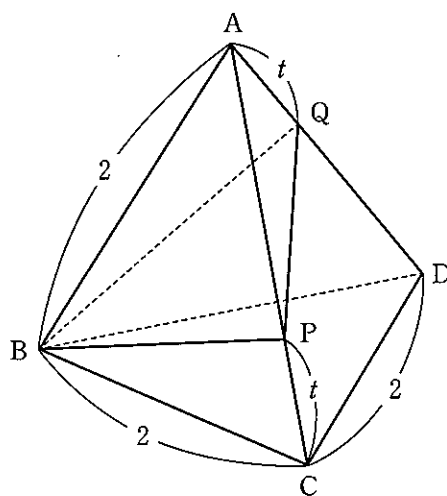
地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

1 t は実数で $0 < t < 2$ とする。図のように、1 辺の長さが 2 の正四面体 $ABCD$ の辺 AC 上に点 P があり、辺 AD 上に点 Q がある。 $CP = AQ = t$ のとき、以下の問に答えよ。

- (1) 線分 BP , PQ , QB の長さを、それぞれ t を用いて表せ。
- (2) t が $0 < t < 2$ の範囲を変化するとき、三角形 BPQ の 3 辺の長さの和の最小値を求めよ。
- (3) 三角錐 $ABPQ$ の体積を t を用いて表せ。
- (4) t が $0 < t < 2$ の範囲を変化するとき、三角錐 $ABPQ$ の体積の最大値を求めよ。



(配点比率 20 %)

- 2 サイコロを 3 回振り、出た目を順に a, b, c とする。関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 3ax^2 - 2bx + 3c$$

と定める。以下の問に答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ が $x = 1$ を解にもつ確率を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率を求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつような (a, b, c) の組について考える。このとき、 x 軸と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる図形の面積 S を a, b, c を用いて表せ。また、 S の最大値を求めよ。

(配点比率 20 %)

3 2014^{10} に関して，以下の問に答えよ。ただし，必要ならば $7^9 = 40353607$ および $7^{10} = 282475249$ を用いてよい。

- (1) 2014^{10} の十の位の数字を求めよ。
- (2) 2014^{10} の十万の位の数字を求めよ。
- (3) 2014^{10} の上 3 桁の数字を求めよ。

(配点比率 20 %)

- 4 (1) $a, b > 0$ とする。このとき

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

であることを証明せよ。また、等号が成立するのは $a = b$ の場合だけであることを示せ。

- (2) $a, b, c > 0$ とする。このとき

$$(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$$

であることを証明せよ。また、等号が成立するのはどのような場合か述べよ。

- (3) α, β, γ を三角形の 3 辺の長さとする。このとき

$$\alpha\beta\gamma \geq (-\alpha + \beta + \gamma)(\alpha - \beta + \gamma)(\alpha + \beta - \gamma)$$

であることを証明せよ。また、等号が成立するのは正三角形の場合だけであることを示せ。

- (4) α, β, γ を三角形の 3 辺の長さとする。このとき

$$\frac{\alpha}{-\alpha + \beta + \gamma} + \frac{\beta}{\alpha - \beta + \gamma} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta - \gamma} \geq 3$$

であることを証明せよ。また、等号が成立するのは正三角形の場合だけであることを示せ。

(配点比率 20 %)

5 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \frac{3}{4}, \quad a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問に答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 を求めよ。また、それより一般項 a_n を推定せよ。
- (2) 数学的帰納法により、(1) の一般項の推定が正しいことを証明せよ。
- (3) n を正の整数とする。すべての実数 x に対して、不等式

$$a_n x^2 + x + 1 \geq a_{n+1}$$

が成り立つことを示せ。

- (4) n を正の整数とする。すべての実数 x に対して、不等式

$$x^{2n} + x^{2n-1} + x^{2n-2} + \dots + x^2 + x + 1 \geq a_n$$

が成り立つことを示せ。

(配点比率 20 %)