

平成 27 年 度
前 期 日 程

数 学

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。(ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよい。)
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

教育学部[数学(口)]

医学部医学科

工学部

1 10 個の文字, N, A, G, A, R, A, G, A, W, A を左から右へ横 1 列に並べる。以下の問に答えよ。

- (1) この 10 個の文字の並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 「NAGARA」という連続した 6 文字が現れるような並べ方は全部で何通りあるか。
- (3) N, R, W の 3 文字が, この順に現れるような並べ方は全部で何通りあるか。ただし N, R, W が連続しない場合も含める。
- (4) 同じ文字が隣り合わないような並べ方は全部で何通りあるか。

(配点比率 20 %)

2 関数 $f(x) = x^2 - 2px + q$ は最小値 -4 をとるものとする。以下の問に答えよ。

- (1) q を p を用いて表せ。
- (2) $f(x) = 0$ となる x を p を用いて表せ。
- (3) $p > 0$ のとき、関数 $g(x) = |f(x)|$ ($-1 \leq x \leq 1$) の最小値を与える x を求めよ。

(配点比率 20 %)

3 $m > 1$ とし、連立不等式

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ (y - 2mx)(y + 2mx - 3m^2) \leq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。以下の問に答えよ。

- (1) $y = x^2$ と $y = -2mx + 3m^2$ の共有点を求めよ。
- (2) 領域 D を図示せよ。
- (3) 点 $P(x, y)$ が D 内を動くとき、 $2y - x$ の最大値と最小値を求めよ。
- (4) 点 $P(x, y)$ が D 内を動くとき、 $2y - 6mx$ の最大値と最小値を求めよ。

(配点比率 20 %)

4 関数 $f(x) = e^{-x}$ を考える。曲線 $y = f(x)$ を C とする。 $t > 0$ として、曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線と x 軸、 y 軸との交点をそれぞれ P 、 Q とする。以下の問に答えよ。

- (1) P 、 Q の座標を求めよ。
- (2) 原点を O とするとき、 $\triangle OPQ$ の面積を S とする。 t が変化するとき、 S の最大値を求めよ。また、そのときの 2 点 P 、 Q を通る直線 ℓ の方程式を求めよ。
- (3) C と (2) で求めた ℓ および y 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

(配点比率 20 %)

- (1) α, β を $\alpha, \beta \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ (n は整数) とする。 α, β が $\tan \alpha \tan \beta = 1$ を満たすとき、ある整数 k があって $\alpha + \beta = k\pi + \frac{\pi}{2}$ となることを示せ。
- (2) $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ とし、 $t = \tan x$ とおく。 $\tan 3x$ を t の式で表せ。
- (3) c を実数とする。 $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6}$ のとき、2 曲線 $y = c \tan x$ と $y = \tan 3x$ の共有点の個数を求めよ。

(配点比率 20 %)