

(1)

1000 から 2017 までの整数のうち 3 で割り切れるものは,

$$1002, 1005, \dots, 2016$$

であり,

$$1002 = 3 \cdot 334 \quad \text{かつ} \quad 2016 = 3 \cdot 672$$

であるから, $672 - 334 + 1 = 339$ 個ある。また, 1000 から 2017 までの整数のうち 4 で割り切れるものは,

$$1000, 1004, \dots, 2016$$

であり,

$$1000 = 4 \cdot 250 \quad \text{かつ} \quad 2016 = 4 \cdot 504$$

であるから, $504 - 250 + 1 = 255$ 個ある。さらに, 1000 から 2017 までの整数のうち 12 で割り切れるものは,

$$1008, 1020, \dots, 2016$$

であり,

$$1008 = 12 \cdot 84 \quad \text{かつ} \quad 2016 = 12 \cdot 168$$

であるから, $168 - 84 + 1 = 85$ 個ある。したがって, 求める個数は,

$$339 + 255 - 85 = 509 \text{ (個)}$$

である。

(答) 509 個

(2)

千の位の数字によって場合分けを行う。

[1] 千の位が 1 であるとき

1 を除く 1 桁の整数を k ($= 0, 2, 3, \dots, 9$) とすると, 条件を満たす整数は百, 十, 一の位が 1 と k のみからなる整数である。ここで, 1111 は除くから百, 十, 一の位のとり方は,

$$2^3 - 1 = 7 \text{ (通り)}$$

である。いま, k のとり方は 9 通りであるから, 条件を満たす整数の個数は,

$$7 \cdot 9 = 63 \text{ (個)}$$

である。

[2] 千の位が 2 であるとき

このとき, 条件を満たす整数は,

$$2000, 2002$$

の 2 個のみである。

以上, [1], [2] より求める個数は,

$$63 + 2 = 65 \text{ (個)}$$

である。

(答) 65 個

(3)

千の位の数字によって場合分けを行う。

[1] 千の位が 1 であるとき

百, 十, 一の位は, 1 を除いた互いに異なる 3 つの整数を並べたものであるから, 条件を満たす整数の個数は,

$${}_9C_3 \cdot 3! = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ (個)}$$

である。

[2] 千の位が 2 であるとき

このとき, 条件を満たす整数は,

$$2013, 2014, 2015, 2016, 2017$$

の 5 個のみである。

以上, [1], [2] より求める個数は,

$$504 + 5 = 509 \text{ (個)}$$

である。

(答) 509 個

(1)

円 C の方程式は、

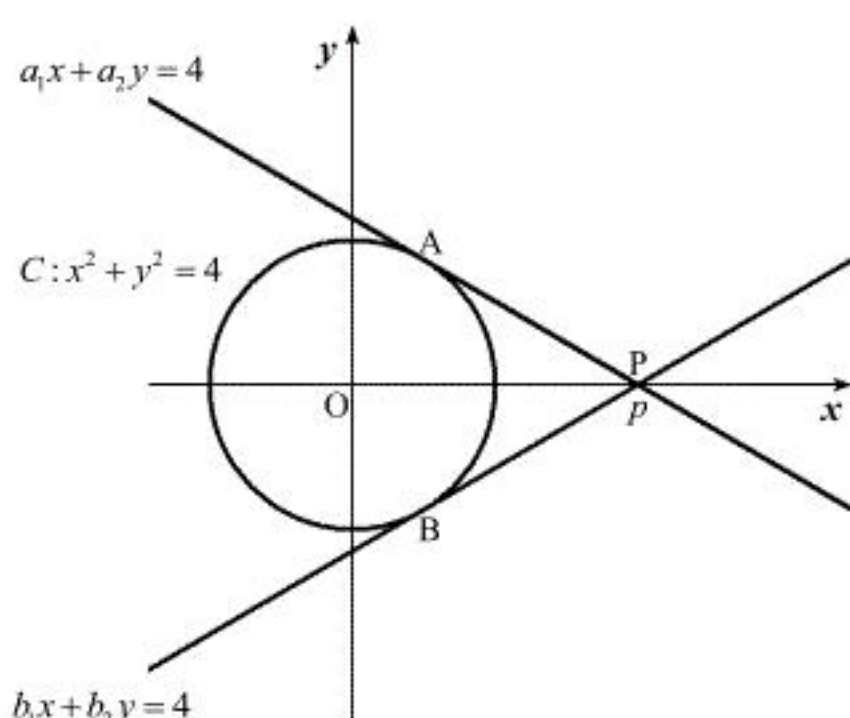
$$x^2 + y^2 = 4$$

である。円の接線の公式より、点 A および点 B における接線の方程式はそれぞれ、

$$a_1x + a_2y = 4$$

$$b_1x + b_2y = 4$$

となる。以下に円 C 、点 P 、点 A および点 B とその接線を図示する。



上図より、図形全体が x 軸に関して対称であるから、点 A と点 B も x 軸に関して対称である。

ここで、点 A における接線は点 $P(p, 0)$ を通るから、

$$a_1 \cdot p + a_2 \cdot 0 = 4$$

$$\therefore a_1 = \frac{4}{p} \quad (\because p > 2)$$

と得られる。また、点 A は円 C 上にあるから、図より $a_2 > 0$ であることに注意すると、

$$a_1^2 + a_2^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{p}\right)^2 + a_2^2 = 4$$

$$\therefore a_2 = \frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p} \quad (a_2 > 0, p > 2)$$

と得られる。点 A と点 B は x 軸に関して対称であるから、

$$b_1 = \frac{4}{p}, b_2 = -\frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}$$

となる。したがって、点 A および点 B の座標は、

$$A\left(\frac{4}{p}, \frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}\right), B\left(\frac{4}{p}, -\frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}\right)$$

である。

$$(\text{答}) \quad A\left(\frac{4}{p}, \frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}\right), B\left(\frac{4}{p}, -\frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}\right)$$

(2)

重心 G の座標を (X, Y) とおくと、(1)の結果より、

$$X = \frac{\frac{4}{p} + \frac{4}{p} + p}{3} = \frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right)$$

$$Y = \frac{\frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p} + \left(-\frac{2\sqrt{p^2 - 4}}{p}\right) + 0}{3} = 0$$

と求められる。したがって、 $G\left(\frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right), 0\right)$ である。

$$(\text{答}) \quad G\left(\frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right), 0\right)$$

(3)

点 G が円 C 上にあるとき、(2)の結果より p の値は、

$$\left\{\frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right)\right\}^2 + 0^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right) = 2 \quad (\because p + \frac{8}{p} > 2)$$

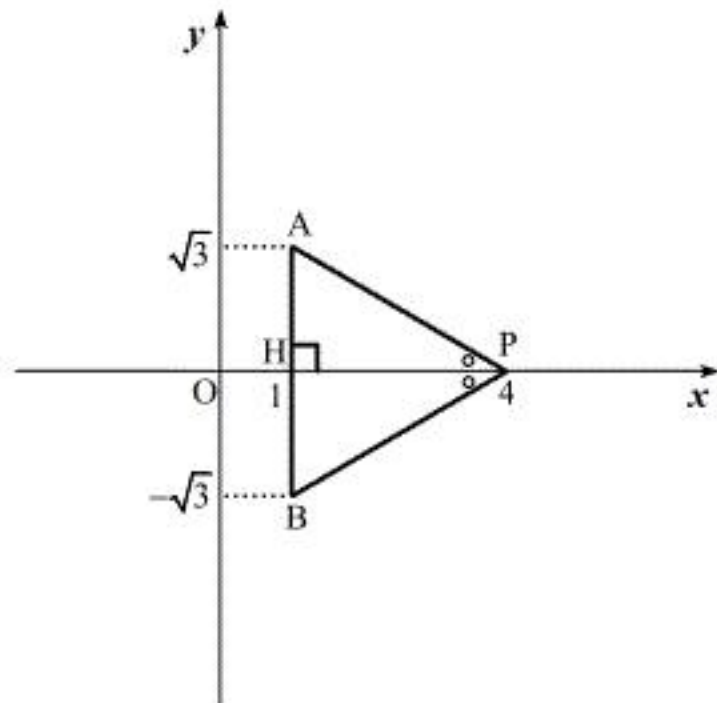
$$\Leftrightarrow p^2 - 6p + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (p - 2)(p - 4) = 0$$

$$\therefore p = 4 \quad (\because p > 2)$$

となる。このとき、 $A(1, \sqrt{3})$ 、 $B(1, -\sqrt{3})$ であり点 H を $H(1, 0)$ とする。以下に、点 P 、点 H 、点

A および点 B を図示する。



上図より、 $\triangle AHP$ は、

$$AH : PA : HP = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

を満たす直角三角形であるから、 $\angle APH = 30^\circ$ である。したがって、図形は x 軸に関して対称

であるから、 $\angle APB = 60^\circ$ である。

$$(\text{答}) \quad \angle APB = 60^\circ$$

(4)

(2)の結果より、 $d = \frac{1}{3}\left(p + \frac{8}{p}\right)$ である。したがって、 $p > 2$ における $p + \frac{8}{p}$ の最小値を求めれば

よい。いま、 $p > 0$ 、 $\frac{8}{p} > 0$ であるから、相加相乗平均の不等式より、

$$p + \frac{8}{p} \geq 2\sqrt{p \cdot \frac{8}{p}} = 4\sqrt{2}$$

となる。等号成立条件は、

$$p = \frac{8}{p}$$

$$\therefore p = 2\sqrt{2} \quad (\because p > 0)$$

であり、これは $p > 2$ を満たすから、 d は $p = 2\sqrt{2}$ のとき最小値 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ をとる。

$$(\text{答}) \quad d \text{ の最小値 : } \frac{4\sqrt{2}}{3}, p \text{ の値 : } 2\sqrt{2}$$

(1)

$\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ であることに注意すると、加法定理より、

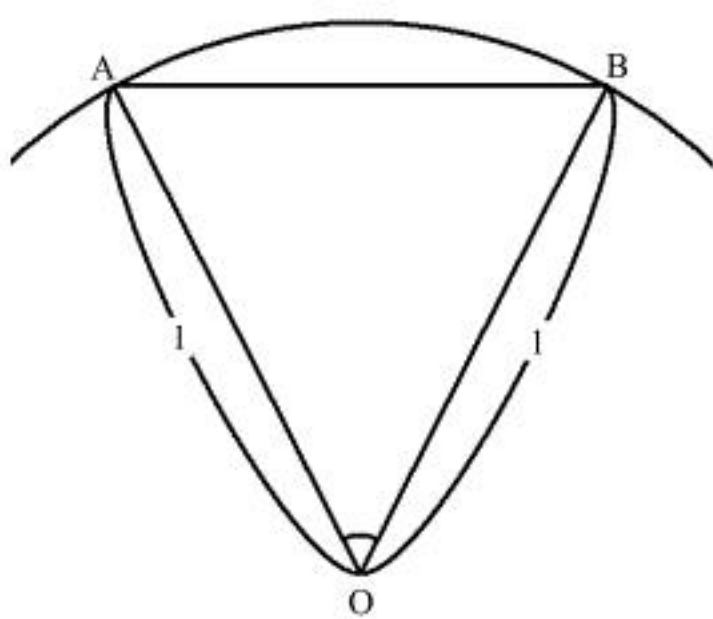
$$\begin{aligned} a_2 &= \cos\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^2}\right) \\ &= \cos \frac{\pi}{12} \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

が成り立つことが示せた。

(証明終)

(2)

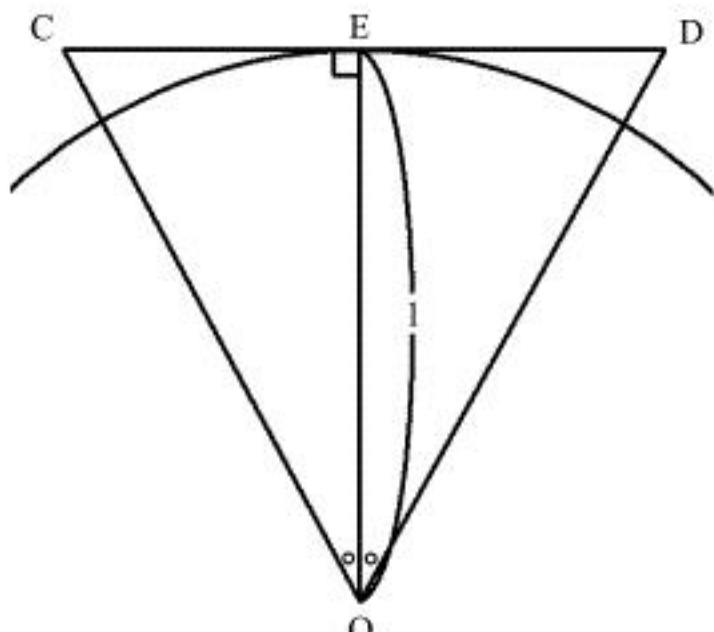
まず、 I_n について考える。円の中心をO、内接する正 n 角形の隣り合う2つの頂点をA、Bとして、以下に図示する。



$\triangle OAB$ は正 n 角形を n 等分したものだから、 $\angle AOB = \frac{2\pi}{n}$ である。したがって、 I_n の値は、

$$I_n = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB \cdot \sin \angle AOB \right) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin \frac{2\pi}{n} \right) = \frac{n}{2} \sin \frac{2\pi}{n}$$

である。次に、 E_n について考える。外接する正 n 角形の隣り合う2つの頂点をC、D、辺CDと円の接点をEとして以下に図示する。



$\triangle OCD$ は正 n 角形を n 等分したものだから、 $\angle COD = \frac{2\pi}{n}$ である。ここで、上図より、

$$\angle COE = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{\pi}{n}$$

であり、

$$CE = OE \tan \angle COE = \tan \frac{\pi}{n}$$

であるから、 E_n の値は、

$$E_n = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot CD \right) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2CE \right) = n \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \tan \frac{\pi}{n} \right) = n \tan \frac{\pi}{n}$$

である。

$$(\text{答}) \quad I_n = \frac{n}{2} \sin \frac{2\pi}{n}, E_n = n \tan \frac{\pi}{n}$$

(3)

ここでは、 $\frac{\pi}{3 \cdot 2^m} = A$ とおく ($\cos A = a_m$)。 m は正の整数であるから、 $0 < A \leq \frac{\pi}{6}$ を満たす。し

たがって、 $\sin A > 0$, $\tan A > 0$ が成り立つから、三角比の性質より、

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - a_m^2}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{1 - a_m^2}}{a_m}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad \sin\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right) = \sqrt{1 - a_m^2}, \tan\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right) = \frac{\sqrt{1 - a_m^2}}{a_m}$$

(4)

まず、 $\pi > I_n$ について考える。 n が整数であることを考慮して、 $n = 3 \cdot 2^{m+1}$ とおくと、(2)および

(3)の結果を利用することで、

$$\begin{aligned} \pi &> I_{3 \cdot 2^{m+1}} \\ \Leftrightarrow \pi &> \frac{3 \cdot 2^{m+1}}{2} \sin \frac{2\pi}{3 \cdot 2^{m+1}} \\ \Leftrightarrow \pi &> 3 \cdot 2^m \sin\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right) \\ \Leftrightarrow \pi &> 3 \cdot 2^m \sqrt{1 - a_m^2} \end{aligned}$$

と得られる。次に、 $\pi < E_n$ について考える。 n が整数であることを考慮して、 $n = 3 \cdot 2^m$ とおくと、(2)および(3)の結果を利用することで、

$$\begin{aligned} \pi &< E_{3 \cdot 2^m} \\ \Leftrightarrow \pi &< 3 \cdot 2^m \tan\left(\frac{\pi}{3 \cdot 2^m}\right) \\ \Leftrightarrow \pi &< 3 \cdot 2^m \frac{\sqrt{1 - a_m^2}}{a_m} \end{aligned}$$

と得られる。以上、2式より、

$$3 \cdot 2^m \sqrt{1 - a_m^2} < \pi < 3 \cdot 2^m \frac{\sqrt{1 - a_m^2}}{a_m}$$

が成り立つことが示せた。

(証明終)

(5)

(4)で得られた不等式において、 $m = 2$ とすると、(1)より $a_m = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ であるから、

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^2 \sqrt{1 - a_2^2} &< \pi < 3 \cdot 2^2 \frac{\sqrt{1 - a_2^2}}{a_2} \\ \Leftrightarrow 12 \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right)^2} &< \pi < 12 \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right)^2} \cdot \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow 3\sqrt{8 - 2\sqrt{12}} &< \pi < 12\sqrt{8 - 2\sqrt{12}} \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} \\ \Leftrightarrow 3(\sqrt{6} - \sqrt{2}) &< \pi < 12(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \cdot \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \\ \Leftrightarrow 3(\sqrt{6} - \sqrt{2}) &< \pi < 12(2 - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

が成り立つことが示せた。

(証明終)

(1)

まず、 $\int e^{-x} \sin x dx$ を部分積分を用いて計算すると、

$$\begin{aligned}\int e^{-x} \sin x dx &= \int (-e^{-x})' \sin x dx \\ &= -e^{-x} \sin x - \int (-e^{-x}) \cos x dx \\ &= -e^{-x} \sin x + \int (-e^{-x})' \cos x dx \\ &= -e^{-x} \sin x - e^{-x} \cos x - \int (-e^{-x}) \cdot (-\sin x) x dx \\ &= -e^{-x} (\sin x + \cos x) - \int e^{-x} \sin x dx \\ \therefore \int e^{-x} \sin x dx &= -\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) + C \quad (C \text{ は積分定数}) \quad \cdots \textcircled{1}\end{aligned}$$

となる。問題文より、

$$I_1 = \int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\pi} e^{-x} |\sin x| dx$$

であり、 $0 \leq x \leq \pi$ において $0 \leq \sin x \leq 1$ を満たすから、

$$I_1 = \int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$$

となる。ここで、 $\textcircled{1}$ を用いることで、

$$I_1 = \left[-\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) \right]_0^{\pi} = \frac{e^{-\pi} + 1}{2}$$

と求められる。

$$(\text{答}) \quad I_1 = \frac{e^{-\pi} + 1}{2}$$

(2)

n が奇数のとき、 $(n-1)\pi \leq x \leq n\pi$ において $0 \leq \sin x \leq 1$ であるから、

$$I_n = \int_{(n-1)\pi}^{n\pi} e^{-x} \sin x dx$$

となる。ここで、 $\textcircled{1}$ を用いることで、

$$\begin{aligned}I_n &= \left[-\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) \right]_{(n-1)\pi}^{n\pi} \\ &= -\frac{1}{2} e^{-n\pi} \cos n\pi + \frac{1}{2} e^{-(n-1)\pi} \cos(n-1)\pi \\ &= \frac{(e^{-\pi} + 1)e^{-(n-1)\pi}}{2}\end{aligned}$$

と求められる。また、 n が偶数のとき、 $(n-1)\pi \leq x \leq n\pi$ において $-1 \leq \sin x \leq 0$ であるから、

$$I_n = -\int_{(n-1)\pi}^{n\pi} e^{-x} \sin x dx$$

となる。ここで、 $\textcircled{1}$ を用いることで、

$$\begin{aligned}I_n &= -\left[-\frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) \right]_{(n-1)\pi}^{n\pi} \\ &= \frac{1}{2} e^{-n\pi} \cos n\pi - \frac{1}{2} e^{-(n-1)\pi} \cos(n-1)\pi \\ &= \frac{(e^{-\pi} + 1)e^{-(n-1)\pi}}{2}\end{aligned}$$

と求められる。したがって、 n の偶奇にかかわらず、

$$I_n = \frac{(e^{-\pi} + 1)e^{-(n-1)\pi}}{2}$$

である。

$$(\text{答}) \quad I_n = \frac{(e^{-\pi} + 1)e^{-(n-1)\pi}}{2}$$

(3)

(2)の結果を用いると、

$$\begin{aligned}S_n &= \sum_{k=1}^n I_k \\ &= \frac{e^{-\pi} + 1}{2} \sum_{k=1}^n (e^{-\pi})^{k-1} \\ &= \frac{e^{-\pi} + 1}{2} \cdot \frac{1 - e^{-n\pi}}{1 - e^{-\pi}} \\ &= \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)} (1 - e^{-n\pi})\end{aligned}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad S_n = \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)} (1 - e^{-n\pi})$$

(4)

$0 < e^{-\pi} < 1$ であるから、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (e^{-\pi})^n = 0$$

である。したがって、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値は、(3)の結果より、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)} (1 - e^{-n\pi}) = \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)} (1 - 0) = \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)}$$

となる。

$$(\text{答}) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{e^{\pi} + 1}{2(e^{\pi} - 1)}$$

5

(1)

a を極形式に直すと、

$$a = \frac{i}{2} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

であるから、 a の絶対値は $|a| = \frac{1}{2}$ であり、偏角は $0 \leq \arg a < 2\pi$ より $\arg a = \frac{\pi}{2}$ である。

(答) $|a| = \frac{1}{2}, \arg a = \frac{\pi}{2}$

(2)

与式を整理すると、

$$z_{n+1} = a(z_n + 1) - a - b + ab$$

となる。ここで、問題文より、

$$z_{n+1} = a(z_n + 1)$$

であるから、与式を満たす複素数 b は、

$$\begin{aligned} -a - b + ab &= 0 \\ \Leftrightarrow b(a-1) &= a \\ \Leftrightarrow b &= \frac{a}{a-1} \quad (\because a \neq 1) \\ \therefore b &= \frac{\frac{i}{2}}{\frac{i}{2}-1} = \frac{i}{i-2} \cdot \frac{i+2}{i+2} = \frac{-1+2i}{-5} = \frac{1-2i}{5} \end{aligned}$$

である。

(答) $b = \frac{-2i+1}{5}$

(3)

(1), (2) の結果より、

$$\begin{aligned} z_n + b &= a^{n-1}(z_1 + b) \\ \Leftrightarrow z_n &= \left(\frac{i}{2}\right)^{n-1} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \end{aligned}$$

と得られる。以下、 n の偶奇によって場合分けを行う。

[1] $n = 2k-1$ (k は自然数) のとき

このとき z_{2k-1} の値は、

$$\begin{aligned} z_{2k-1} &= \left(\frac{i}{2}\right)^{2k-2} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= \left(\frac{i}{2}\right)^{2k-2} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= \left(-\frac{1}{4}\right)^{k-1} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= \frac{1}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{k-1} - 1 \right\} - \frac{2}{5} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^{k-1} - 1 \right\} i \end{aligned}$$

となる。ここで、 $k-1 = \frac{n-1}{2}$ より z_n は、

$$z_n = \frac{1}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n-1}{2}} - 1 \right\} - \frac{2}{5} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n-1}{2}} - 1 \right\} i$$

となる。

[2] $n = 2k$ のとき

このとき z_{2k} の値は、

$$\begin{aligned} z_{2k} &= \left(\frac{i}{2}\right)^{2k-1} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= \left(\frac{i}{2}\right)^{2k} \cdot \frac{2}{i} \cdot \frac{-2i+6}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= -4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^k \cdot \frac{3i+1}{5} - \frac{-2i+1}{5} \\ &= -\frac{1}{5} \left\{ 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^k + 1 \right\} - \frac{2}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^k - 1 \right\} i \end{aligned}$$

となる。ここで、 $k = \frac{n}{2}$ より z_n は、

$$z_n = -\frac{1}{5} \left\{ 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}} + 1 \right\} - \frac{2}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}} - 1 \right\} i$$

となる。

以上、[1], [2] より x_n, y_n の値は、

$$\begin{aligned} x_n &= \begin{cases} \frac{1}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n-1}{2}} - 1 \right\} & (n \text{ が奇数のとき}) \\ -\frac{1}{5} \left\{ 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}} + 1 \right\} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases} \\ y_n &= \begin{cases} -\frac{2}{5} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n-1}{2}} - 1 \right\} & (n \text{ が奇数のとき}) \\ -\frac{2}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{\frac{n}{2}} - 1 \right\} & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases} \end{aligned}$$

となる。

(答) 前述

(4)

まず、 $\left| -\frac{1}{4} \right| < 1$ より、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{4} \right)^t = 0$$

である。 n が奇数のとき、 $n = 2m-1$ とおくと、(3) より、

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} x_{2m-1} &= \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{m-1} - 1 \right\} = -\frac{1}{5} \\ \lim_{m \rightarrow \infty} y_{2m-1} &= -\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2}{5} \left\{ \left(-\frac{1}{4}\right)^{m-1} - 1 \right\} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

である。また、 n が偶数のとき、 $n = 2m$ とおくと、(3) より、

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} x_{2m} &= -\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \left\{ 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^m + 1 \right\} = -\frac{1}{5} \\ \lim_{m \rightarrow \infty} y_{2m} &= -\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2}{5} \left\{ 6 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^m - 1 \right\} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

である。したがって、 $\lim_{m \rightarrow \infty} x_{2m-1} = \lim_{m \rightarrow \infty} x_{2m}, \lim_{m \rightarrow \infty} y_{2m-1} = \lim_{m \rightarrow \infty} y_{2m}$ が成り立つ。よって、数列 x_n, y_n は

ともに収束して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\frac{1}{5}, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{2}{5}$$

である。

(答) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\frac{1}{5}, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \frac{2}{5}$