

出題意図：前期日程

(イ), (ロ) 1

- ・数列の和を求めることができるか？
- ・多項式を因数分解することができるか？
- ・整数の性質を用いて方程式を解くことができるか？

(イ), (ロ) 2

- ・空間ベクトルの成分表示を理解しているか？
- ・成分表示を用いて空間ベクトルの内積を計算できるか？
- ・関数の最大値を求めることができるか？

(イ), (ロ) 3

- ・三角関数の加法定理を理解しているか？
- ・三角関数を含む関数の最大値と最小値を求めることができるか？
- ・不等式が表す領域を図示できるか？

(イ) 4

- ・確率の漸化式を求めることができるか？
- ・漸化式から一般項を導くことができるか？
- ・等比数列の性質を把握しているか？

(イ) 5

- ・式の展開ができるか？
- ・多項式を因数分解することができるか？
- ・数学的帰納法によって証明することができるか？

(ロ) 4

- ・極方程式を理解しているか？
- ・曲線の長さを求めることができるか？
- ・接線の方程式を求めることができるか？

(ロ) 5

- ・置換積分法と部分積分法を用いて定積分が求められるか？
- ・平均値の定理を用いて不等式が証明できるか？
- ・区分求積法とはさみうちの原理を用いて極限値が求められるか？

数 学

教育学部[数学(イ)]

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
6. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
7. 解答用紙は持ち帰らないこと。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 大問ごとに、満点に対する配点の比率(%)を表示してある。

1 m, n を $m > n + 1$ をみたす自然数とする。 $S(n) = \sum_{k=1}^{6n} k^2$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) $S(n)$ を n を用いて表せ。
- (2) $S(m) - S(n) = (m - n)T(m, n)$ となる $T(m, n)$ を m, n を用いて表せ。
- (3) $S(m) - S(n) = 2018$ をみたす m, n を求めよ。ただし、必要ならば、1009 が素数であることを用いてよい。

(配点比率 20 %)

2 原点を O とする座標空間に点 $A(2, 0, 0)$, $B(3, \sqrt{3}, 0)$, $C(x, y, z)$ がある。点 C は内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$, $|\overrightarrow{BC}| = 2$ をみたすとする。また, $t = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) t を x を用いて表せ。
- (2) 条件 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$ から x, y, z がみたす関係式を求めよ。また, 条件 $|\overrightarrow{BC}| = 2$ から x, y, z がみたす関係式を求めよ。
- (3) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BC}$ を t を用いて表せ。
- (4) $-2 \leq t \leq 4$ となることを示せ。また, $t = 4$ のとき, 点 C の座標 (x, y, z) を求めよ。
- (5) $|\overrightarrow{OC}|$ の最大値を求めよ。

(配点比率 20 %)

3 a, b を実数とする。関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = a \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + b \sin^2 \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

とする。以下の問に答えよ。

- (1) 0 以上の実数 r と実数 α, β に対して、 $p = r \cos \beta, q = r \sin \beta$ とおく。 r を p と q を用いて表せ。また、次の等式が成り立つことを示せ。

$$r \sin(\alpha + \beta) = p \sin \alpha + q \cos \alpha$$

- (2) 関数 $y = f(\theta)$ の最小値 m , 最大値 M を a, b を用いてそれぞれ表せ。
- (3) すべての θ に対して $f(\theta) \geq 0$ となる条件を a, b を用いて表せ。
- (4) すべての θ に対して $f(\theta) \leq 0$ となる条件を a, b を用いて表せ。
- (5) 関数 $y = f(\theta)$ が θ の値によって正の値も負の値もとる条件を a, b を用いて表せ。
また、この条件をみたす点 (a, b) 全体の集合を ab 平面上に図示せよ。

(配点比率 20 %)

4 最初 A, B, C の 3 人が, A を先頭に A, B, C の順で一列に並んでいる。さいころを投げるたびに, 以下の操作を行う。

- ・ 1 の目が出たら, 先頭の人と 2 番目の人を入れ替える。
- ・ 2 の目が出たら, 2 番目の人と 3 番目の人を入れ替える。
- ・ 1, 2 以外の目が出たら, 入れ替えを行わない。

n を自然数とする。 n 回さいころを投げた後に A が先頭にいる確率を p_n , A が 2 番目にいる確率を q_n とする。以下の問に答えよ。

- (1) p_1, q_1 を求めよ。
- (2) p_{n+1}, q_{n+1} を p_n, q_n を用いてそれぞれ表せ。
- (3) q_n を求めよ。
- (4) $a_n = 2^n \left(p_n - \frac{1}{3} \right)$ とおき, a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ。さらに, p_n を求めよ。

(配点比率 20 %)

5 $a > 1$ とする。自然数 n に対して、

$$S_n = a^{3n+3} - 1$$
$$T_n = (a-1)(a^2+a+1) \sum_{k=1}^{n+1} a^{3k-3}$$

とする。以下の問に答えよ。

- (1) $S_1 = T_1$ を示せ。
- (2) すべての n に対して、 $S_{n+1} - S_n$ と $T_{n+1} - T_n$ が等しいことを示せ。また、数学的帰納法を用いて、 $S_n = T_n$ を示せ。
- (3) $2^{15} - 1$ を 7 で割ったときの余りを求めよ。
- (4) 5^{2018} を 31 で割ったときの余りを求めよ。

(配点比率 20 %)