

数 学

教育学部〔数学(イ)〕

地域科学部

医学部看護学科

応用生物科学部

問 題 冊 子

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子は 5 ページで、解答用紙は 5 枚である。
落丁、乱丁、印刷不鮮明などの箇所があった場合には、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 受験番号は、5 枚の解答用紙のそれぞれの指定箇所に必ず記入すること。
4. 問題は、大問 5 題である。
5. 大問の配点比率は全て 20 % である。
6. 解答は、解答用紙の指定箇所に記入すること。ただし、やむをえない場合は裏面にまわってよいが、表面に「裏に続く」と明記すること。
7. 問題用紙の余白は計算に用いてよい。
8. 解答用紙は持ち帰らないこと。
9. 問題冊子は持ち帰ること。

- 1 1 個のさいころを 4 回投げて，出る目を順に a, b, c, d とし，その積を $N = abcd$ とする。
以下の問に答えよ。

- (1) $N = 720$ となる確率を求めよ。
- (2) $N = 360$ となる確率を求めよ。
- (3) $N > 720$ となる確率を求めよ。

2 xy 平面上に点 $A(0, 4)$, 点 $P(p, -1)$, 点 $Q(q, 1)$ がある。ただし, $0 < p < q$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) $\triangle APQ$ の面積 S を p, q を用いて表せ。
- (2) $\triangle APQ$ が直角三角形になるための p, q の条件を求めよ。
- (3) p, q が (2) で求めた条件をみたすとき, 直角三角形 APQ の面積 S の最小値を求めよ。

$$x^4 + 2x^2 + 16x + 17 = 0 \quad \cdots \cdots (*)$$

を考える。虚数単位を i で表し、複素数 z と共役な複素数を $\bar{z}$ で表すものとする。

$\alpha = \sqrt{2} + (1 + \sqrt{2})i$ として、以下の問に答えよ。

- (1) α^2, α^4 の実部と虚部の値をそれぞれ求めよ。
- (2) $\alpha^4 + 2\alpha^2 + 16\alpha + 17$ の実部と虚部の値を求めよ。
- (3) α と $\bar{\alpha}$ が 2 次方程式 $x^2 + px + q = 0$ の解となるような実数 p, q の値を求めよ。
- (4) p, q を (3) で求めた値とする。 $x^4 + 2x^2 + 16x + 17 = (x^2 + px + q)(x^2 + rx + s)$ となるような実数 r, s の値を求めよ。
- (5) 方程式 $(*)$ のすべての解を求めよ。

4 以下の問に答えよ。

(1) 次の不等式を証明せよ。ただし、必要であれば、 $2^{10} = 1024$, $2^{13} = 8192$ を用いてよい。

$$\frac{3}{10} < \log_{10} 2 < \frac{4}{13}$$

(2) (1)を用いて、 2^{100} は何桁の数か答えよ。

(3) $\log_{10} 2$ が無理数であることを証明せよ。

5 xy 平面上に 3 点 $O(0, 0)$, $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $P(t, t^2 - 2t^3)$ がある。ただし, $0 < t < \frac{1}{2}$ とする。 $\triangle OPA$ の重心を G とする。以下の問に答えよ。

(1) G の座標を求めよ。

(2) $\overrightarrow{GP} \perp \overrightarrow{OA}$ であるときの t の値を求めよ。

(3) 4 次関数

$$f(x) = -\frac{1}{2} + x^3(1 - 2x) \quad \left(0 < x < \frac{1}{2}\right)$$

を考える。 $f(x) < 0$ であることを示せ。

(4) $0 < t < \frac{1}{2}$ において, $\angle OPA$ が鈍角であることを示せ。

