

数 学 問 題

(教育学部)

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題 5 題で、5 枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出なさい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
4. 5 枚の答案用紙のみを回収するので、この表紙は持ち帰りなさい。
5. 裏面は計算等の下書きに用いてもよいが、解答は各問題の下に書き裏面は用いないこと。裏面に解答してもその部分は採点を行わない。

1 2点を $A(0, 1)$, $B(4, -1)$ とするとき,

- (1) 2点 A , B を通り, 直線 $y = x - 1$ 上に中心をもつ円 C_1 の方程式を求めよ。
- (2) 直線 AB に関して(1)で求めた円 C_1 と対称な円 C_2 の方程式を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ に対して,

$$T_n = a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n$$

$$S_n = 1 + 2 + \cdots + n$$

とおく。このとき数列 $\{a_n\}$ が等差数列であるための必要十分条件は、数列 $\left\{\frac{T_n}{S_n}\right\}$ が等差数列であることを証明せよ。

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ において, a, b はともに整数であるとする。

このとき A, B の積 AB が逆行列をもたないならば, $A + B$ は逆行列をもつことを証明せよ。

4 n を自然数とし、座標平面上に 2 点 $A(\cos \frac{2\pi}{n}, \sin \frac{2\pi}{n})$, $B(2 \sin \frac{2\pi}{n}, 2 \cos \frac{2\pi}{n})$ をとる。

2 つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直になるように n を定めよ。ただし O は原点とする。

5 2 曲線を $y = \sqrt{x} \cdots \textcircled{1}$, $y = -\frac{e}{2} \log x \cdots \textcircled{2}$ とし, $f(x) = \sqrt{x} - \frac{e}{2} \log x$ とおく。

次の問に答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) 2 曲線①, ②は 1 点のみを共有することを示せ。
- (3) 2 曲線①, ②と x 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。