

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題 5 題で、5 枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出なさい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
4. 5 枚の答案用紙のみを回収するので、この表紙は持ち帰りなさい。
5. 裏面は計算等の下書きに用いてもよいが、解答は各問題の下に書き裏面は用いないこと。裏面に解答してもその部分は採点を行わない。

1 2点を $A(0, 1)$, $B(4, -1)$ とするとき,

- (1) 2点 A , B を通り, 直線 $y = x - 1$ 上に中心をもつ円 C_1 の方程式を求めよ。
- (2) 直線 AB に関して (1) で求めた円 C_1 と対称な円 C_2 の方程式を求めよ。
- (3) 2点 P , Q をそれぞれ円 C_1 , C_2 上の点とするとき, 線分 PQ の長さの最大値を求めよ。

2 数列 $\{a_n\}$ に対して,

$$T_n = a_1 + 2a_2 + \cdots + na_n$$

$$S_n = 1 + 2 + \cdots + n$$

とおく。このとき数列 $\{a_n\}$ が等差数列であるための必要十分条件は、数列 $\left\{\frac{T_n}{S_n}\right\}$ が等差数列であることを証明せよ。

3

次の (I), (II) より 1 題を選択して解答せよ。

- (I) 1 個のサイコロを 1 回振って、出た目が 3 の倍数なら 4 点、それ以外なら 1 点を得点とする。いま 1 個のサイコロを 8 回振った場合に、各回の得点の合計が 4 で割り切れる確率を求めよ。
- (II) 複素数 z が $z^2 + z + 1 = 0$ をみたすとき、次の問に答えよ。ただし $i^2 = -1$ とする。
- (1) $|z|$ を求めよ。
 - (2) $|z + i|^2 + |z - i|^2$ を求めよ。
 - (3) z の虚部が正のとき、 $z + i$ の偏角を求めよ。

4

n を自然数とし、座標平面上に2点 $A(\cos \frac{2\pi}{n}, \sin \frac{2\pi}{n})$, $B(2 \sin \frac{2\pi}{n}, 2 \cos \frac{2\pi}{n})$ をとる。

2つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直になるように n を定めよ。ただし O は原点とする。

5

2 曲線 $y = \sqrt{x}$, $y = a \log x$ が 1 点のみを共有するように正の実数 a を定め, このとき 2 曲線と x 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。