

数 学 問 題

(工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題 5 題で、5 枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出なさい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
4. 5 枚の答案用紙のみを回収するので、この表紙は持ち帰りなさい。
5. 裏面は計算等の下書きに用いてもよいが、解答は各問題の下に書き裏面は用いないこと。裏面に解答してもその部分は採点を行わない。

1 2点を $A(0, 1)$, $B(4, -1)$ とするとき,

- (1) 2点 A , B を通り, 直線 $y = x - 1$ 上に中心をもつ円 C_1 の方程式を求めよ。
- (2) 直線 AB に関して(1)で求めた円 C_1 と対称な円 C_2 の方程式を求めよ。

2

数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ を初項 4, 公差 6 の等差数列とするとき,

(1) $A_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ を求めよ。

(2) $B_n = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n$ を求めよ。

(3) $C_n = na_1 + (n-1)a_2 + \dots + a_n$ を求めよ。

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ が $A^2 = 2A - 4E$ をみたすとき、次の問に答えよ。ここで $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) a を求めよ。
- (2) A^3 を求めよ。
- (3) $\frac{1}{72}(A^3 + A^4 - A^5)$ の逆行列を求めよ。

4 座標平面上の2点を $A(\cos \theta, \sin \theta)$, $B(\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta, \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta)$ とする。

O を原点とするとき、次の問に答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{OB}$ の大きさを求めよ。

(2) $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき、2つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ との内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を求めよ。

(3) (2) のとき $\angle AOB$ の大きさを求めよ。

(4) 2つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ が垂直になるように θ を定めよ。ただし $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

5 $0 \leq a \leq 1$ とする。2つの放物線 $y = -x^2 + x$, $y = -x^2 + ax$ および 2 直線 $x = 0$, $x = a$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とするとき、次の問に答えよ。

(1) $S(a)$ を a の式で表わせ。

(2) $S(a)$ の最大値を求めよ。