

数 学 問 題

(工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題 5 題で、5 枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出なさい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入しなさい。
4. 5 枚の答案用紙のみを回収するので、この表紙は持ち帰りなさい。
5. 裏面は計算等の下書きに用いてもよいが、解答は各問題の下に書き裏面は用いないこと。裏面に解答してもその部分は採点を行わない。

1 平面上のベクトル $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (3, 4)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $k\vec{a} - \vec{b}$ と $\vec{a}$ が垂直のとき、実数 k の値を求めよ。
- (2) $|m\vec{a} + \vec{b}|$ を最小にする実数 m の値を求めよ。
- (3) (2)の m について、 $m\vec{a}$ と $\vec{b}$ がつくる平行四辺形の面積を求めよ。

2

k を正の整数とし、行列 $A_k = \begin{pmatrix} k+1 & 0 \\ 1 & k \end{pmatrix}$ とする。

行列 B_k が $A_k B_k + B_k - E = O$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

ただし、 E を単位行列、 O を零行列とする。

(1) B_k を求めよ。

(2) $a_k = (-2 \quad 1) B_k \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ とおくとき、 a_k を求めよ。

(3) (2)の a_k について、 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ と $\sum_{k=1}^{\infty} (2k+3)a_k^2$ を求めよ。

3 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, $z^2 - (2 \cos \theta)z + 1 = 0$ を満たす複素数 z で, 虚部が正のものを α , 虚部が負のものを β とおくと
き, 次の問いに答えよ。

(1) α, β を θ を用いて表せ。

(2) $\theta = \frac{\pi}{3}$ のとき, $2\alpha + \beta$ の絶対値と偏角を求めよ。

(3) $\alpha^4 + \beta^4 = 0$ が成り立つとき, θ を求めよ。

4 関数 $f(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx - 10$ が, $f'(3) = 24$, $\int_0^1 f(x)dx = -3$ を満たすとき, 次の問いに答えよ。

(1) 定数 a, b の値を求めよ。

(2) $f(x)$ の極値を求めよ。

(3) $f(x)$ を因数分解せよ。

(4) $\int_1^3 |f(x)|dx$ を求めよ。

5 媒介変数 t ($t \geq 0$) によって, $x = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$, $y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$ で表される曲線 C について, 次の問いに答えよ。

(1) $x^2 - y^2$ の値を求めよ。

(2) $x_0 = \frac{1}{2}(e + e^{-1})$, $y_0 = \frac{1}{2}(e - e^{-1})$ とおく。点 (x_0, y_0) における曲線 C の接線を ℓ とするとき, 直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標を求めよ。

(3) (2)の直線 ℓ と曲線 C , および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。