

数 学

1 $f(x) = x^2 + x + 1$ とする。放物線 $y = f(x)$ を C とし、直線 $y = 3x$ を l とする。自然数 $n = 1, 2, \dots$ について、実数 x_n と直線 l_n を次のように定める。

① $x_1 = 2$ とし、点 $(x_1, f(x_1)) = (2, 7)$ における C の接線を l_1 とする。

② 自然数 n について、実数 x_n と直線 l_n が定まったとき、 l と l_n の交点の x 座標を x_{n+1} とし、点 $(x_{n+1}, f(x_{n+1}))$ における C の接線を l_{n+1} とする。

このとき、次の問いに答えよ。

(1) l_n の方程式を x_n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{x_n\}$ の漸化式を求めよ。

(3) x_n を n の式で表せ。

数 学

2 複素数平面において、 0 と $\cos \theta + i \sin \theta$ を通る直線と 3 点 $1, 3, 2 + ih$ を頂点とする三角形の辺が 2 つの共有点 z_1, z_2 ($|z_1| < |z_2|$) をもつとする。ただし、 $0 < h, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

次の問いに答えよ。

- (1) z_1, z_2 を h, θ を用いて表せ。
- (2) $\frac{|z_2|}{|z_1|} = k$ とおくとき、 $\frac{\tan \theta}{h}$ を k を用いて表せ。

数 学

3 平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(4, 8)$, $B(-2, 11)$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) 点 B を通って, $\triangle OAB$ の面積を2等分する直線の方程式を求めよ。
- (2) 点 $P(1, 2)$ を通って, $\triangle OAB$ の面積を2等分する直線の方程式を求めよ。
- (3) 3点 O , A , B を通る円の方程式を求めよ。

数 学

4 放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + 8$ に原点から 2 本の接線を引くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 2 本の接線の方程式を求めよ。
- (2) 接点の座標を求めよ。
- (3) この放物線と 2 本の接線で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (4) (3)の図形を y 軸の回りに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

数 学

5 空間内の5点 $A(2 + \sqrt{6}, 0, 2)$, $B(2, 0, 2 + \sqrt{6})$, $C(\sqrt{6}, 0, 0)$, $D(\sqrt{6}, 2\sqrt{6}, 0)$, $E(a, b, c)$ はある直方体の頂点である。また、線分 AB , AC , CD はこの直方体の辺であるが、線分 EA , EB , EC はどれもこの直方体の辺ではないとする。次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{AC}$ と $\overrightarrow{AD}$ のなす角を求めよ。
- (2) この直方体の体積を求めよ。
- (3) a , b , c の値を求めよ。