

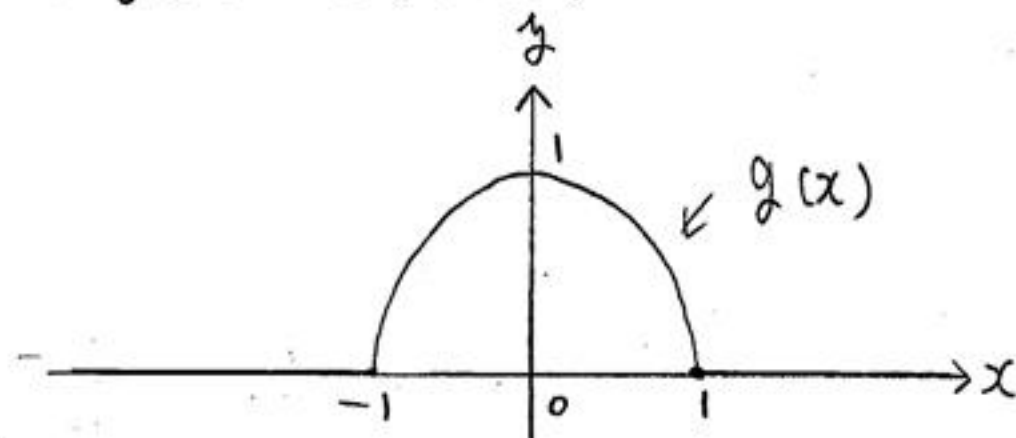
1

$$(1) f(1-x) = \begin{cases} 1-x & (x \leq 1) \\ 0 & (x > 1) \end{cases}$$

$$f(1+x) = \begin{cases} 1+x & (x \geq -1) \\ 0 & (x < -1) \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x < -1, x > 1) \\ (1-x)(1+x) & (-1 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

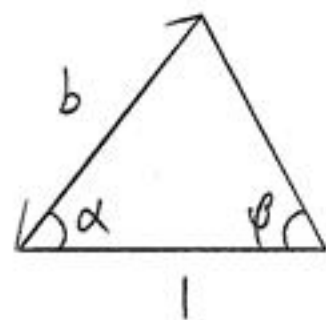
よって、 $g(x)$ のグラフは、



$$\begin{aligned} (2) \int_{-2}^2 g(x) dx &= \int_{-1}^1 g(x) dx \\ &= \int_{-1}^1 (1-x^2) dx \\ &= 2 \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \\ &= 2 \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

2

(I) 図のように、 $\angle \theta$ の向かい側の辺を b とすると、
正弦定理より、



$$\frac{1}{\sin(\pi - \alpha - \phi)} = \frac{b}{\sin \phi}$$

$$\therefore b = \frac{\sin \phi}{\sin(\alpha + \phi)}$$

三角形の面積を S とすると、

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\sin \phi}{\sin(\alpha + \phi)} \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{\sin \alpha \sin \phi}{2 \sin(\alpha + \phi)}$$

//

(II)

(1) 正の実数 x, y に対して、 $y > ax^2 + bx + c$ — (*)
が常に成り立つとき、

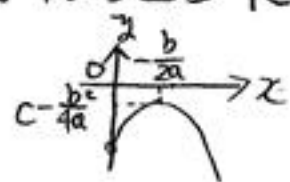
$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ とおく、 } (a < 0)$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{軸 } x = -\frac{b}{2a}, \text{ 頂点 } \left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$$

軸 $x = -\frac{b}{2a}$ が、 $-\frac{b}{2a} > 0$ のとき、(*) が成り立つには、

$$\begin{cases} \frac{b}{2a} < 0 \\ c - \frac{b^2}{4a} < 0 \end{cases} \iff \begin{cases} b > 0 \\ c < \frac{b^2}{4a} < 0 \end{cases}$$



したがって、 $a = -1, b = 2, c = -4$ のとき、

$x > 0, y > 0$ の x, y に対して、

$$y > -x^2 + 2x - 4 = -(x-1)^2 - 3 \text{ が常に}$$

成り立つが、 a, b, c はすべて 0 以下ではない。

したがって、 P は 偽 //

(2) P の逆は、

「 $a \leq 0, b \leq 0, c \leq 0$ のとき、 $x > 0, y > 0$ の x, y に対して、

$y > ax^2 + bx + c$ が常に成り立つ」 — (*)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ とおく、 } (a < 0)$$

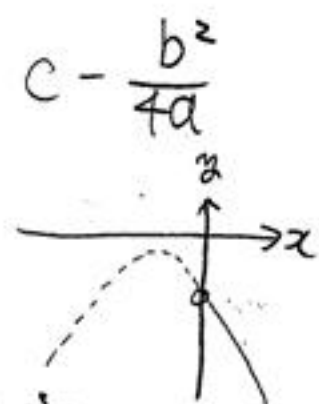
$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

$$\text{軸 } x = -\frac{b}{2a} \leq 0, \text{ 頂点の } y \text{ 座標、 } c - \frac{b^2}{4a}$$

$$f(0) = c \leq 0$$

$$\text{軸 } x = -\frac{b}{2a} \leq 0, f(0) = c \leq 0 \text{ より、}$$

$a < 0, b \leq 0, c \leq 0$ のとき、(*) は成り立つ。



$a = 0$ のときも、 $b \leq 0, c \leq 0$ より、(*) は成り立つ。

したがって、 P の逆は 真 //