

'08

前期日程

# 数 学 問 題

(工 学 部Ⅱ)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

- 1  $a > 0$  とし、放物線  $C: y = ax^2 + b$  が直線  $l_1: y = x$  と直線  $l_2: y = -x$  にそれぞれ点  $T_1, T_2$  で接している。
- (1)  $b$  を  $a$  で表せ。
  - (2) 放物線  $C$  と直線  $l_1, l_2$  で囲まれた図形の面積を  $a$  で表せ。
  - (3) 放物線  $C$  上の点  $P$  における接線が直線  $l_1, l_2$  と交わる点をそれぞれ  $Q_1, Q_2$  とする。ただし、 $P \neq T_1, P \neq T_2$  とする。  
 $Q_1, Q_2$  の  $y$  座標をそれぞれ  $y_1, y_2$  とするとき、 $y_1 + y_2$  の値は点  $P$  のとり方によらず一定であることを示せ。

2  $\triangle OAB$  の 3 辺の長さを  $OA = OB = \sqrt{5}$ ,  $AB = 2$  とする. また,  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$  とする.

(1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  を求めよ.

(2) 点 B から直線  $OA$  におろした垂線と直線  $OA$  との交点を  $P$  とするとき,  $\overrightarrow{OP}$  を  $\vec{a}$  を用いて表せ.

(3) 点  $O$  から直線  $AB$  におろした垂線と直線  $BP$  との交点を  $Q$  とするとき,  $\overrightarrow{OQ}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ.

3

$x$  と  $y$  がともに整数であるとき, 平面上の点  $(x, y)$  を整数点と呼ぶ. 次の問いに答えよ.

- (1) 連立不等式  $4x + 3y \leq 234$ ,  $0 \leq x \leq 36$ ,  $0 \leq y$  の表す領域内の整数点の個数を求めよ.
- (2) 連立不等式  $4x + 3y < 144$ ,  $-x + 3y < 48$ ,  $0 < x$ ,  $0 < y$  の表す領域を  $D$  とする. 点  $(x, y)$  が  $D$  内の整数点を動くとき,  $x + 3y$  の最大値を求めよ.

4 次の \_\_\_\_\_ に, 必要条件である, 十分条件である, 必要十分条件である, 必要条件でも十分条件でもない, のうち, 最も適当であるものをあてはめよ. また, その理由を書け.

(1)  $|x+1| > |x-1| > |x-2|$  は  $-1 < x < 2$  であるための \_\_\_\_\_ .

(2)  $|x+1| < |x-1| < |x-2|$  は  $x < -1$  であるための \_\_\_\_\_ .

5  $a, b$  は定数,  $m, n$  は 0 以上の整数とし,  $I(m, n) = \int_a^b (x-a)^m (x-b)^n dx$  とする.

(1)  $I(m, 0)$ ,  $I(1, 1)$  の値を求めよ.

(2) 部分積分法を用いて,  $I(m, n)$  を  $I(m+1, n-1)$ ,  $m, n$  で表せ. ただし,  $n$  は 1 以上の整数とする.

(3)  $I(5, 5)$  の値を求めよ.