

'10

前期日程

数 学 問 題

(工 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出て下さい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

受験 番号	
----------	--

1

 n を自然数とし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。(1) $10^n < \left(\frac{5}{2}\right)^m$ を満たす自然数 m に対し, $5n < 2m$ を証明せよ。(2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n < \frac{1}{5000} < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1}$ を満たす n を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

受験
番号

2

曲線 $y = -x^2$ を C_1 とし、点 $(1, -1)$ での C_1 の接線を ℓ とする。また、点 $(0, 2)$ と点 $(1, -1)$ を通り、点 $(1, -1)$ での接線が ℓ となる曲線 $y = ax^2 + bx + c$ を C_2 とする。ただし、 a, b, c は定数とする。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) a, b, c の値を求めよ。

(3) 正の定数 k について、直線 $y = -kx$ と C_1 で囲まれた部分の面積と、直線 $y = -kx$ と C_2 で囲まれた部分の面積が等しいとき、 k の値を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

受 験 番 号	
------------	--

3 2つの数 a, b を用いてできる数列

$a, b, 2a, a+b, 2b, 3a, 2a+b, a+2b, 3b, 4a, 3a+b, 2a+2b, a+3b, 4b, \dots$

を $\{c_n\}$ とする。

(1) c_{50} の値を a, b を用いて表せ。

(2) $\sum_{n=1}^{50} c_n$ の値を a, b を用いて表せ。

(3) $a=2, b=5$ とする。上の数列 $\{c_n\}$ から、前に出てきた項より小さい項をすべて取り除いてできる新しい数列を $\{d_n\}$ とするとき、 $\{d_n\}$ の初項から第 $2n$ 項までの和を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数

学

受験
番号

4

$\triangle OAB$ において辺 OA を $1:2$ に内分する点を P , 線分 PB を $s:1-s$ に内分する点を Q とする。ただし, $0 < s < 1$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおく。

(1) $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, s を用いて表せ。

(2) 線分 OQ の延長と辺 AB の交点が辺 AB を $3:4$ に内分するときの s の値を求めよ。

(3) $\triangle OAB$ を $OA = OB$ の直角二等辺三角形とし, その重心を G とする。線分 GQ の長さを最小にするときの s の値を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

受 験 番 号	
------------	--

5 座標平面における4分の1円： $x^2 + y^2 \leq 1$ ($x \geq 0, y \geq 0$) を、原点を通り x 軸の正の向きと θ の角をなす直線のまわりに1回転させてできる立体の体積を $V(\theta)$ とおく。

(1) $V(0), V\left(\frac{\pi}{4}\right)$ の値を求めよ。

(2) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ のとき $V(\theta)$ を求めよ。

(3) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき、 $V(\theta)$ が最小となる θ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--