

'12

前期日程

数 学 問 題

(教育学部)

数学・技術

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題 5 題で、5 枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出て下さい。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5 枚の答案用紙のみを回収するので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用してもよいが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

受験 番号	
----------	--

- 1 a は定数で, $0 < a < e$, $a \neq 1$ とする. 2 曲線 $y = a^x$, $y = e^x$ と直線 $y = a$ で囲まれた図形の面積を求めよ. ただし, e は自然対数の底である.

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

受 験 番 号	

2 A を一辺が1の立方体の積み木とし、B を縦が1、横が1、高さが2の直方体の積み木とする。A、B は十分たくさんあるとして、これらを積み上げて高さ n の塔 (縦が1、横が1、高さが n の直方体、ただし n は自然数とする) を作るとき、積み上げ方の場合の数を a_n とする。以下の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3 の値を求めよ。
- (2) 高さ n の塔を作るとき、B をちょうど k 個 (ただし $0 \leq k \leq \frac{n}{2}$) 使うときの積み上げ方の場合の数を求めよ。
- (3) a_{11} の値を求めよ。
- (4) 使える積み木は A が9個まで、B が4個までとしたとき、高さ11の塔を作るときの積み上げ方の場合の数を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

受験 番号	
----------	--

数 学

- 3 点 O を原点とする座標平面上に点 $A(2, 0)$ と点 $P_0(-1, 0)$ をとる. 点 P_0 を通り, ベクトル $\vec{d} = (3, \sqrt{3})$ に平行な直線を ℓ とする. ℓ 上の点の列

$$P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$$

を, $n = 1, 2, \dots$ について, 直線 OP_n と直線 AP_{n-1} とが垂直であるようにとる. また t_n を $\vec{OP}_n = \vec{OP}_0 + t_n \vec{d}$ を満たす実数とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) t_1 の値を求めよ.
- (2) 数列 $\{t_n\}$ の漸化式を求めよ.
- (3) 点 P_n の x 座標が $\frac{33}{67}$ となるときの n の値を求めよ.

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

共通 4 (全学)

受験 番号	
----------	--

4 曲線 $y = \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ を C とする. a は定数で $a > 0$ とし, 点 $A(a, \frac{1}{2}(a^2 - 1))$ における C の接線を ℓ とする.
また ℓ と直線 $x = a$ とのなす角を $\theta (0 < \theta < \frac{\pi}{2})$ とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ.
- (2) $\tan \theta$ を a を用いて表せ.
- (3) 点 A を通る直線で, ℓ となす角が θ であるが, 直線 $x = a$ とは異なるものの方程式を求めよ.

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

5 $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ とする.

(1) A^{12} を求めよ.

(2) $A^k B^\ell \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^{9-m} \\ 0 \end{pmatrix}$ を満たす自然数の組 (k, ℓ, m) をすべて求めよ.

[解答欄]