

'13

前期日程

数 学 問 題

(教育学部)

数 学 ・ 技 術

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 本冊子には問題が5題で、5枚の答案用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての答案用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の答案用紙のみを回収しますので、この表紙は持ち帰ってください。
5. 裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は使用しないでください。裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

1 $\triangle ABC$ において、辺 BC の中点 M は $AM = BM = 1$ を満たす。内積 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ を t とする。

(1) t のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ の面積が $\frac{\sqrt{7}}{4}$ となるとき、 t の値を求めよ。

(3) $\triangle ABC$ の周の長さ $AB+BC+CA$ の最大値と、そのときの t の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

2 曲線 $C: y = x - 1 + 2\sqrt{x-1}$ に点 $P(\frac{1}{2}, 0)$ から接線 l を引く.

(1) 接線 l の方程式を求めよ.

(2) 曲線 C と接線 l および x 軸で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

3

座標平面において、原点 O を中心とする半径 1 の円周 C 上に定点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ をとる. C の上半円周 (y 座標が正の部分) 上を動く点を P , 下半円周 (y 座標が負の部分) 上を動く点を Q とする. $\angle PAB = \alpha$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), $\angle QAB = \beta$ ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) とし、直線 PQ と x 軸との交点を $R(t, 0)$ とする.

(1) t を α, β を用いて表せ.

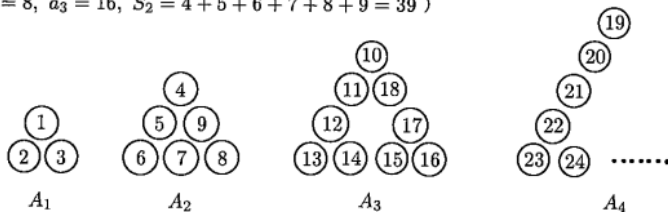
(2) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ のとき, t のとり得る値の範囲を求めよ.

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

- 4 下図のように、1 から順に番号の付いた基石を並べてつくられた正三角形の列 $A_1, A_2, A_3, \dots$ がある。正三角形 A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の右下隅にある基石の番号を a_n とし、 A_n 中のすべての基石の番号の和を S_n とする。
(例 $a_1 = 3, a_2 = 8, a_3 = 16, S_2 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 39$)



- (1) a_n の一般項を求めよ。
(2) S_n の一般項を求めよ。
(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=1}^n k(S_k - \frac{3}{2}k)$ を、ある関数の定積分を用いて表し、この極限値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

5 自然数 n について、 0 以上 n 以下の整数 x, y を座標にもつ点 (x, y) 全体の集合を X_n とする。行列 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ の表す

一次変換による X_n の点の像全体の集合を Y_n とする。

(1) 点 $(187, 110)$ は Y_{100} に含まれるかどうか理由をつけて述べよ。

(2) X_5 と Y_5 の共通部分 $X_5 \cap Y_5$ の点の個数を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--