

'14

前期日程

数 学 問 題

(理工学部 I)
化学生物・環境創生

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
3. 受験番号はすべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に書き、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計 算 用 紙 (1)

計 算 用 紙 (2)

数 学

受 験 番 号	
------------	--

1

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ をそれぞれ 1 から 9 までの整数とし, $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ の中に同じ数がいくつあってもよいとする。 $[a_1a_2a_3]$ は 3桁^{けた}の整数 $a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3 \times 1$ を表し, $[b_1b_2b_3]$ は 3桁の整数 $b_1 \times 100 + b_2 \times 10 + b_3 \times 1$ を表し, $[b_1b_2b_326]$ は 5桁の整数 $b_1 \times 10000 + b_2 \times 1000 + b_3 \times 100 + 2 \times 10 + 6 \times 1$ を表すとする。

p, q, r を次の条件とする

$p: [a_1a_2a_3] - 1$ は 50 で割り切れる。 $q: [b_1b_2b_326]$ は $[a_1a_2a_3]$ の 26 倍である。 $r: [b_1b_2b_3]$ は整数の 2 乗ではない。

このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 命題「 $q \implies p$ 」が真であれば証明し, 偽であれば反例をあげよ。
- (2) 条件 q を満たす組 $(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)$ は何組あるか。
- (3) 命題「 $q \implies r$ 」が真であれば証明し, 偽であれば反例をあげよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

受 験 番 号	
------------	--

2

p を正の実数とする。放物線 $y = 3x^2 - px + 1$ と x 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{4}{27}$ であるとき、 p の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--



数 学

受 験 番 号	
------------	--

3

座標平面において、動点 $P(x, y)$ は単位円 C 上の点 $Q(1, 0)$ を出発し、 C 上を反時計回りに 1 周する。弧 PQ の長さは、出発してから時間に比例する。 P が 1 周するのに T 秒かかる。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 出発してから t 秒後 ($0 \leq t \leq T$) の点 $P(x, y)$ について x, y を t と T を用いて表せ。

(2) 出発してから t 秒後 ($0 \leq t \leq \frac{T}{4}$) の点 $P(x, y)$ に対して $z = 2x^2 + xy + y^2$ を考える。 z の最大値と最小値を求めよ。また最大値、最小値をとるのは出発してから何秒後か T を用いて表せ。

[解答欄]

得 点	
--------	--



数 学

受験 番号	
----------	--

4

曲線 $y = \log x$ 上の点 $P(1, 0)$ における接線と y 軸の交点を Q とする。 Q を通り x 軸に平行な直線と曲線 $y = \log x$ の交点を R とする。ここで、対数は自然対数である。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 点 R の座標を求めよ。

(2) 線分 PR と曲線 $y = \log x$ で囲まれた図形を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--



数 学

受験 番号	
----------	--

- 5 座標平面において, 4 直線 $y = 2$, $y = -4$, $x = -3$, $x = 5$ 上にそれぞれ点 A, B, C, D をとる。この 4 点を頂点とする四角形が $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ となる正方形であるとき, 点 A, B, C, D の座標を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--