

'17

前期日程

数 学 問 題

(医学部医学科)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計算用紙 (1)

計算用紙 (2)

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

1 $\theta_n = \frac{5\pi}{6n(n+1)}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は、初項がそれぞれ $a_1 = \cos \theta_1, b_1 = \sin \theta_1$ で与えられ、漸化式 $a_{n+1} = a_n \cos \theta_{n+1} - b_n \sin \theta_{n+1}, b_{n+1} = a_n \sin \theta_{n+1} + b_n \cos \theta_{n+1}$ を満たす。

- (1) $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の極限を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

2 複素数平面上の点 z と点 w の関係は、 $w = \frac{z-i}{z+i}$ であるとする。ただし、 i は虚数単位である。

(1) $z = \frac{1+\sqrt{3}}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$ のとき、 w の実部を求めよ。

(2) 点 w が点 $-1+i$ を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、点 z が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

医 3

氏名	
----	--

受験 番号		
----------	--	--

- 3 a, b は実数で, $a < b < 1$ であるとする。 $a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 10$ かつ $a + b + ab + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{ab} = 34$ のとき, a, b の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

4

四面体 $OABC$ において、 $OA = OB = OC = 2$ かつ $BC = 3$ であるとする。 $\triangle OBC$ の重心を G とするとき、直線 AG は $\triangle OBC$ を含む平面に垂直であるとする。

(1) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(2) 点 B から $\triangle OAC$ を含む平面に下ろした垂線は、直線 AG と交わらないことを示せ。

[解答欄]

得点	
----	--

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

- 5 関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ がある。曲線 $y = f(x)$ ($1 \leq x \leq e$) を C とし、直線 $y = x$ を l とする。 C 上の点 $A(1, f(1))$, $B(e, f(e))$ から l に下した垂線の足をそれぞれ M, N とする。ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数である。
- (1) C の長さを求めよ。
- (2) C 上の点 $P(x, f(x))$ から l に下ろした垂線の足 Q について、線分 MQ の長さを $g(x)$ とおくと、 $\sqrt{2} \int_0^{g(e)} \log g^{-1}(t) dt$ を求めよ。ただし、 $g^{-1}(x)$ は $g(x)$ の逆関数である。

[解答欄]

得 点	
--------	--