

'17

前期日程

数 学 問 題

(理工学部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計 算 用 紙 (1)

計 算 用 紙 (2)

数 学

1

関数 $f(x) = 2^{3x} + 2^{-3x} - 3 \cdot 2^{3+x} - 3 \cdot 2^{3-x}$ ($0 \leq x \leq 2$) がある。 $t = 2^x + 2^{-x}$ ($0 \leq x \leq 2$) とする。

- (1) $f(x)$ を t を用いて表せ。
- (2) t の最小値を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最小値およびそのときの x の値を求めよ。

[解答欄]

数 学

2

複素数平面上の点 z と点 w の関係は、 $w = \frac{z-i}{z+i}$ であるとする。ただし、 i は虚数単位である。

(1) $z = 1 - 2i$ のとき、 w の実部を求めよ。

(2) 点 w が点 $-1 + i$ を中心とする半径 1 の円周上を動くとき、点 z が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

[解答欄]

数 学

- 3 $\theta_n = \frac{\pi}{4n(n+1)}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は、初項がそれぞれ $a_1 = \cos \theta_1, b_1 = \sin \theta_1$ で与えられ、漸化式 $a_{n+1} = a_n \cos \theta_{n+1} - b_n \sin \theta_{n+1}, b_{n+1} = a_n \sin \theta_{n+1} + b_n \cos \theta_{n+1}$ を満たす。
- (1) a_2, b_2 の値を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

[解答欄]

数 学

4

四面体 $OABC$ において、 $OA = OB = OC = 2$ かつ $BC = 3$ であるとする。 $\triangle OBC$ の重心を G とするとき、直線 AG は $\triangle OBC$ を含む平面に垂直であるとする。

(1) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(2) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ を求めよ。

(3) 点 B から $\triangle OAC$ を含む平面に下ろした垂線は、直線 AG と交わらないことを示せ。

[解答欄]

数 学

5

関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ ($1 \leq x \leq e$) と、その逆関数 $f^{-1}(x)$ ($f(1) \leq x \leq f(e)$) について、以下の問に答えよ。

ただし、 $\log x$ は e を底とする自然対数である。

(1) 定積分 $\int_1^e f(x) dx$ を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ ($1 \leq x \leq e$) の長さを求めよ。

(3) 定積分 $\int_{f(1)}^{f(e)} f^{-1}(x) dx$ を求めよ。

[解答欄]