

'18

前期日程

見本

数 学 問 題

(教育学部)

数 学 ・ 技 術

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、問題文を含む5枚の解答用紙と2枚の計算用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

数 学

氏 名	
-----	--

教育 1		見 本
受 験 番 号		

- 1 $a \neq 0$ とし、放物線 $y = a(x-1)^2 + \frac{1}{a}$ を C 、直線 $y = x$ を L_1 とする。また、点 $(1, 0)$ を通り傾き m の直線を L_2 とする。このとき以下の問いに答えよ。
- (1) 放物線 C と直線 L_1 が異なる 2 点で交わるように a の値の範囲を求めよ。
 - (2) (1) において、放物線 C が直線 L_1 から切り取る線分の長さを ℓ とする。 $\sqrt{2} \leq \ell \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$ となるように、 a の値の範囲を求めよ。
 - (3) 放物線 C と直線 L_2 が接するとき、 m は a に無関係な値となることを示せ。またそのときの接点の座標を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏 名	
-----	--

教育 2		見 本
受 験 番 号		

- 2 $\triangle ABC$ において, $BC = 1$, $\angle ABC = 2\theta$, $\angle ACB = \theta$ であるとする。 AB の長さを x , AC の長さを y とするとき, 以下の問いに答えよ。
- (1) $\frac{y}{x}$ を θ を用いて表せ。
 - (2) $x \cos 2\theta + y \cos \theta$ は θ に無関係な値であることを示せ。
 - (3) x, y を θ を用いて表せ。
 - (4) $x = f(\theta)$, $y = g(\theta)$ とするとき, xy 平面における曲線 $x = f(\theta)$, $y = g(\theta)$ 上の点 $\left(f\left(\frac{\pi}{6}\right), g\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$ での接線の方程式を求めよ。

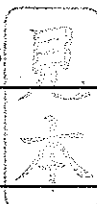
[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏 名	
-----	--

教育 3	
受 験 番 号	



- 3 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について以下の問いに答えよ。
- (1) すべての実数 x について、不等式 $f(x) \leq \frac{1}{e}$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と 2 直線 $x = 0, y = \frac{1}{e}$ で囲まれた部分 D の面積を求めよ。
- (3) (2) の D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏 名	
-----	--

教育 4	見 本
受 験 番 号	

4 A と B の 2 つの箱がある。最初に A には白球 2 個と赤球 1 個, B には白球 2 個が入っている。

次のステップで球を移動する。

ステップ 1: A から 1 個を取り B に入れる。 ステップ 2: B から 1 個を取り A に入れる。

ステップ 3: A から 1 個を取り B に入れる。 ステップ 4: B から 1 個を取り A に入れる。

以下同様に, ステップ 100 までを行う。

自然数 n ($1 \leq n \leq 50$) に対し P_n を『ステップ $2n-1$ までは A も B も中が白球 3 個にならず, ステップ $2n$ で初めて A の中が白球 3 個になる』確率とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) P_1 , P_2 および P_n をそれぞれ求めよ。
- (2) $P_1 + P_2 + P_3 + \cdots + P_n$ を求めよ。
- (3) $P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \cdots + nP_n$ を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏 名	
-----	--

教育 5	
受 験 番 号	見 本

5 四面体 $OABC$ において $\triangle ABC$ の重心を G とし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。辺 OC 上に点 P をとり、 $\overrightarrow{OP} = t\vec{c}$ ($0 < t < 1$) とする。さらに $\triangle ABP$ と線分 OG との交点を X とし、 $\overrightarrow{OX} = s\overrightarrow{OG}$ ($0 < s < 1$) とする。
このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{PX}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ と t , s を用いて表せ。
- (2) 2 点 P , X を結ぶ直線と線分 AB との交点 M が線分 AB の中点であることを証明せよ。
- (3) $s = \frac{6}{7}$ のとき, t の値を求めよ。

[解答欄]

得 点	
-----	--