

'19

前期日程

数 学 問 題

(理工学部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の計算用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。試験開始後、問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
3. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
4. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の計算用紙は持ち帰ってください。
5. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。

計算用紙 (1)

計 算 用 紙 (2)

数 学

氏名

受験
番号

1

2次関数 $y = -x^2 + ax + b$ のグラフ F は 2 点 $(-2, -7)$, $(2, 1)$ を通り, 1次関数 $y = cx + d$ のグラフ G は F に接する。
このとき次の間に答えよ。

- (1) 定数 a, b の値を求めよ。
- (2) 定数 d を c の式で表せ。
- (3) F を 2次関数 $y = -x^2$ のグラフに重ねる平行移動によって, G が G 自身に重なるとき, 定数 c, d の値を求めよ。
- (4) (3) で定めた G と, F および直線 $x = k$ で囲まれる部分の面積が 9 になるとき, 定数 k の値を求めよ。

[解答欄]

得点

数 学

氏名

受験
番号

2

次の間に答えよ。

(1) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{8}$ のとき, $\log_x y$ の値を求めよ。(2) x, y が正の数で, $\log_x y = t$ とするとき, $\log_x y + \log_y \frac{x^3}{y^4}$ を t で表せ。

(3) 連立不等式

$$0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \quad \log_x y + \log_y \frac{x^3}{y^4} < 0$$

の表す領域を, xy 平面上に図示せよ。ただし, この領域で $\log_x y > 0$ が成り立つことを用いてよいとする。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

3 次の2条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

1. $a_1 > 0, a_{n+1} \neq a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$

2. 初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とするとき, $S_n = a_n^2 + na_n - 4 (n = 1, 2, 3, \dots)$

このとき次の間に答えよ。

(1) 初項 a_1 を求めよ。

(2) $b_n = a_{2n-1}, c_n = a_{2n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ とするとき, 数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(3) $a_k = 0$ を満たす k を求めよ。

[解答欄]

得 点	
--------	--

数 学

氏名

受験
番号

4

原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円 C_1 と媒介変数 θ を用いて $x = \frac{1}{\cos\theta}$, $y = \tan\theta$ ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$) で表される曲線 C_2 について、次の間に答えよ。

- (1) C_1 と C_2 の交点で、第 1 象限にあるものの座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた交点における C_2 の接線の方程式を求めよ。
- (3) C_1 と C_2 で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得
点

数 学

氏名	
----	--

受験 番号	
----------	--

5 座標空間において原点 O , 点 $A(1, -2, 2)$, 点 $B(3, -4, 5)$ をとり, 3 点 O, A, B が定める平面を α とする。このとき次の問に答えよ。

- (1) ベクトル \overrightarrow{OA} と同じ向きの単位ベクトル \vec{e} を成分表示せよ。
- (2) 平面 α 上に点 F をとる。 F の位置ベクトル \vec{f} は \overrightarrow{OA} と垂直な単位ベクトルであり, \vec{f} と \overrightarrow{OB} のなす角 θ は不等式 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たしている。このとき点 F の座標を求めよ。
- (3) 点 $P(0, 0, 2)$ の位置ベクトルを \vec{p} とおく。 s, t がそれぞれ実数全体を動くとき, $|\vec{p} - (s\vec{e} + t\vec{f})|$ の最小値を求めよ。

[解答欄]

得点	
----	--