

平成 29 年 度

数 学

注意事項

1. 問題は 4 題で、すべて必答問題です。
2. 解答はすべて別紙(解答用紙 4 枚)の該当する欄に記入しなさい。
3. 解答用紙の裏面を使用する場合は、表面の右下に「裏面に続く」と記入し、表面の下の部分を持って上にめくり記入しなさい。表面とは書く方向が反対になります。
4. 図やグラフは解答の中で重要な位置をしめます。その特徴をおさえて、ていねいに描きなさい。
5. 解答者がたどる道筋や問題解決に至る要点を明確に意識して、論述式的答案を読みやすく書きなさい。
6. 問題用紙の余白は、下書きやミスがないかどうか見直すのに十分活用しなさい。

1

(配点 50)

以下の問いに答えよ.

(1) $|z| \leq |z - (\sqrt{3} + i)|$, $|z - \bar{z}| \leq 1$ および $|z - 2i| \leq 2$ を同時にみたす複素数 z に対応する点の領域を複素数平面上に図示せよ.

(2) (1)で得られた領域内の点に対応する複素数のうち、実部が最大となるものを α , 実部と虚部の和が最大となるものを β とするとき, α と β を求めよ.

(3) 次の式で定義される w_n の実部を R_n とするとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} R_n$ の和を求めよ.

$$w_n = \frac{\{1 + (2 - \sqrt{3})i\}(\sqrt{3} + i)^{3(n-1)}}{2^{4(n-1)}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

2

(配点 50)

直交する 2 つの直線 l_1 と l_2 がある. l_1 と平行で距離 r の直線を l_1 のまわりに 1 回転してできる円柱を C_1 , l_2 と平行で距離 r の直線を l_2 のまわりに 1 回転してできる円柱を C_2 とし, 2 つの円柱 C_1 と C_2 の共通部分の立体を D とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) 直線 l_1 に直交する平面による D の切り口の概形を図示せよ.
- (2) 直線 l_1 と l_2 を含む平面と平行な平面による D の切り口の概形を図示せよ.
- (3) D の概形を図示せよ.
- (4) D の体積を求めよ.

3

(配点 50)

実数 $a > \frac{1}{2}$ に対して, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} - \frac{a}{(x+1)^2} \quad (x > 0)$$

により定める. $f(1)f(2) \geq 0$ が成り立つとき, 定積分 $\int_1^2 |f(x)| dx$ を求めよ.

4

(配点 50)

以下の問いに答えよ.

- (1) いくつかのデータを比べるとき, それぞれのデータの特徴を 1 つの数値で表すと比較しやすい. そのような数値を代表値という.

代表値としてよく用いられるもののうち 3 つを挙げ, それぞれの定義を述べよ.

- (2) 次の 2 つの表は, 糖尿病患者 100 人(表 A)と糖尿病でない健常者 100 人(表 B)を対象に採血検査「HbA1c」の結果を度数分布表の形にまとめたものである. (ここでは HbA1c の値を小数点以下四捨五入していることに留意せよ.)

表 A(糖尿病患者)

HbA1c	3	4	5	6	7	8	9	10	計
人 数	0	0	8	18	28	25	14	7	100

表 B(糖尿病でない健常者)

HbA1c	3	4	5	6	7	8	9	10	計
人 数	9	15	26	22	15	9	4	0	100

- (1)で回答した 3 つの代表値を, 表 A および表 B に対してそれぞれ求めよ.

- (3) 表 A と表 B, 2 つのデータを用いて, 糖尿病か否かを判断したい. このため判断に用いる値 c を定めて, HbA1c の値が c 以上なら糖尿病である, c 未満なら糖尿病でないとする判定方法を採用する. そして, 健常者を糖尿病としてしまう人数と糖尿病患者を健常者としてしまう人数の合計を総数の 200 で割った比率を誤診率と定義する. このとき, 上記 200 人のデータに対して, 誤診率が最小になるような c の値を求めよ.

(4) (3)においては、「健常者を糖尿病としてしまう人数と糖尿病患者を健常者としてしまう人数の合計」によって誤診率を定義したが、その他にどのような定義が考えられるか。別の定義を新たに2つ与えて、その意図するところを述べよ。

(補足) この問題に用いた上記データは架空のものである。実際の診療では、検査値「HbA1c」だけによるのではなく、症状、病歴、生活習慣、他の検査結果などを総合して診断が行われる。