

平成11年度入学試験問題

数 学

数 学 III, 数 学 C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 本冊子には、**⑨** から **⑮** までの7問題が印刷されていて、合計4ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所がある場合には、申し出ること。
3. 解答用紙は、別に印刷されている。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはいけない。
4. 教育学部中学校教員養成課程数学科専攻課程受験者は、**⑨**，**⑩**，**⑪**，**⑫** のみ解答すること。
5. 医学部受験者は、**⑫**，**⑬**，**⑮** のみ解答すること。
6. 理工学部数理システム科学科受験者は、**⑨**，**⑪**，**⑫**，**⑬**，**⑭**，**⑮** のみ解答すること。
7. 理工学部物質理工学科受験者は、**⑨**，**⑩**，**⑫** のみ解答すること。
8. 理工学部電子情報システム工学科受験者のうちで、数学IIIを選択したものは、**⑨**，**⑩**，**⑫** のみ解答すること。
9. 理工学部知能機械システム工学科受験者は、**⑨**，**⑪**，**⑫** のみ解答すること。
10. 解答用紙の指定された欄に、学部名及び受験番号を記入すること。
11. 計算などは、問題冊子の余白または計算用紙を利用すること。
12. 配布された解答用紙は持ち帰らないこと。
13. 配布された問題冊子、計算用紙は持ち帰ること。

9 関数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ の導関数を、定義 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ に従って、求めよ。

10 (1) x を 0 でない実数として、 $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(t + \frac{\cos 2t}{x} \right)^2 dt$ を求めよ。
(2) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

11 曲線 $y = x(x-1)\log(x+2)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

12 n を 2 以上の整数とする。曲線 $y = x^n e^{-x}$ 上の点 $(t, t^n e^{-t})$ における接線と y 軸との交点を $(0, f_n(t))$ とする。 t が $t \geq 0$ の範囲を動くとき、 $f_n(t)$ が最大になるような t の値を a_n とし、 $f_n(t)$ が最小になるような t の値を b_n とする。このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n})$ を求めよ。

13 n を正の整数とするととき、定積分 $\int_0^x e^x |\sin nx| dx$ を求めよ。

14 a, b, θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) を実数として

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

とする。 $P^{-1}AP = B$ が成り立っているとき、 a, b, θ の値を求めよ。

15

a を 1 より大きい実数とする。焦点 $(1, 0)$ 、準線 $x = a$ の放物線を C_1 とし、焦点 $(1, 0)$ 、準線 $x = -2a$ の放物線を C_2 とする。

- (1) 2つの放物線 C_1 と C_2 の交点を求めよ。
- (2) a が $a > 1$ の範囲を動くとき、(1)で求めた交点の軌跡を求め、それを図示せよ。