

1 定円 C があり、点 $A(x_1, y_1)$ と点 $B(x_2, y_2)$ で円 C と交わる傾き a の直線 l は円 C の外部の点 $(3, 1)$ を通るとする。点 A, B の x 座標 x_1, x_2 が 2 次方程式 $(1 + a^2)x^2 - 2a(3a - 1)x + 9a^2 - 6a - 4 = 0$ の解となるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 l と円 C が接するとき、 a の値を求めよ。
- (2) 線分 AB を垂直に二等分する直線の方程式を a を用いて表せ。
- (3) 円 C の中心を求めよ。
- (4) 円 C の方程式を求めよ。

2

(1) 連立方程式
$$\begin{cases} \log_2 xy - 2^{2y} = 2 \\ \log_4 \sqrt{xy} + 2^{2y-2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$
 を解け。

(2) $-90^\circ < x < 90^\circ$ の範囲で、方程式
$$\frac{1}{\cos^2 x} = 2 \tan x$$
 を解け。

3

$0 < x < 1, y > 1$ のとき, $\log_x y$ と $\log_y x$ の大小を調べよ。

4 関数 $f(x) = 2 \cos^2 x - (2 - 2 \sin x + \cos 2x) \sin x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $\sin x = t$ のとき、 $f(x)$ を t を用いて表せ。
- (2) $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ の範囲で、 $f(x)$ の最大値と最小値およびそのときの x の値を求めよ。

5

放物線 $y = x^2 + x$ 上の点 $A(a, a^2 + a)$ ($-1 \leq a \leq 0$) における接線と放物線 $y = -x^2$ で囲まれた部分の面積を S とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 面積 S を a を用いて表せ。
- (2) 面積 S を最小にする a の値とそのときの最小値を求めよ。