

## 平成20年度入学試験問題

# 数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

### 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、④から⑩までの7問題が印刷されていて、合計4ページである。  
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には、申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は、採点されないので注意すること。
4. 問題は、学部・学科・専攻等によって異なる点があるから、下に表示する。  
医学部医学科 ⑥, ⑦, ⑨  
医学部保健学科放射線技術科学専攻 ④, ⑤, ⑧  
理工学部数理科学科 ⑤, ⑥, ⑧, ⑨, ⑩  
理工学部物理科学科 ④, ⑤, ⑧  
理工学部物質創成化学科 ④, ⑤, ⑧  
理工学部地球環境学科 ④, ⑤, ⑧  
理工学部電子情報工学科 ④, ⑤, ⑧  
理工学部知能機械工学科 ④, ⑤, ⑧
5. 解答用紙の指定された欄に、学部名及び受験番号を記入すること。
6. 配付された解答用紙は、持ち帰らないこと。
7. 配付された問題冊子と計算用紙は、持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x) = \log(2x + 1) - x^2 + 1$  ( $x > -\frac{1}{2}$ ) の最大値を求めよ。ただし、対数は自然対数である。

(2) 定積分  $\int_0^1 x^2(x-1)^2 e^{2x} dx$  を求めよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

5 座標平面上に3点  $O(0, 0)$ ,  $A(1, 0)$ ,  $B(2, 0)$  がある。点  $C$  は、 $A$  を中心とする半径1の円の上にあり、その  $y$  座標は正であるとする。 $C$  から線分  $OB$  に下ろした垂線と  $OB$  との交点を  $D$  とし、 $D$  から線分  $OC$  に下ろした垂線と  $OC$  との交点を  $P$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\angle CAB = \theta$  ( $0 < \theta < \pi$ ) とする。点  $P$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ。

(2) 線分  $OP$  の長さを  $r$  とする。 $r$  を  $\theta$  を用いて表し、

定積分  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} r d\theta$  を求めよ。

6  $n$  を正の整数とする。3 次方程式

$$x^3 + 3nx^2 - (3n + 2) = 0$$

について次の問いに答えよ。

- (1) すべての正の整数  $n$  について、上の 3 次方程式は正の解をただ 1 つしかもたないことを証明せよ。
- (2) 各正の整数  $n$  に対して、上の 3 次方程式の正の解を  $a_n$  とする。

極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

7  $f(x) = |x^2 - 3x| - 1$  とする。曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とし、 $C$  上の点  $(a, f(a))$  における接線を  $l$  とする。ただし、 $0 < a < 3$  とする。

$C$  と  $l$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とするとき、 $S$  のとり得る値の範囲を求めよ。

8  $A = \begin{pmatrix} 24 & -66 \\ 9 & -25 \end{pmatrix}$  に対して、次の問いに答えよ。

- (1)  $P = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$  のとき、 $PA = BP$  を満たす行列  $B$  を求めよ。
- (2)  $B$  は(1)で求めた行列とする。正の整数  $n$  に対して、 $B^n$  を求めよ。
- (3) 正の整数  $n$  に対して、 $A^n$  を求めよ。

9 円  $x^2 + y^2 = 1$  の  $y > 0$  の部分を  $C$  とする。 $C$  上の点  $P$  と点  $R(-1, 0)$  を結ぶ直線  $PR$  と  $y$  軸の交点を  $Q$  とし、その座標を  $(0, t)$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標を  $(\cos \theta, \sin \theta)$  とする。 $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2) 3点  $A, B, S$  の座標を  $A(-3, 0), B(3, 0), S(0, \frac{1}{t})$  とし、2直線  $AQ$  と  $BS$  の交点を  $T$  とする。

点  $P$  が  $C$  上を動くとき、点  $T$  の描く図形を求めよ。

10 放物線  $y = x^2$  を  $C$  とする。  $C$  上に 3 点  $O(0, 0)$ ,  $A(a, a^2)$ ,  $B(b, b^2)$  が  
あり,  $\angle AOB$  は直角であるとする。

点  $A$  における  $C$  の接線と点  $B$  における  $C$  の接線の交点を  $P$  とする。三角形  
 $OAB$  の面積を  $S$ , 三角形  $PAB$  の面積を  $T$  としたとき,  $\frac{S}{T}$  のとり得る値の範囲  
を求めよ。