

平成21年度入学試験問題

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子は、㊴ から ㊴ までの問題が印刷されていて合計4ページである。落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 問題は、学部・学科・専攻別に以下のとおりである。
医学部医学科 ㊴, ㊵, ㊶
医学部保健学科放射線技術科学専攻 ㊴, ㊵, ㊶
理工学部数理科学科 ㊵, ㊶, ㊷, ㊸, ㊹
理工学部物理科学科 ㊴, ㊵, ㊶
理工学部物質創成化学科 ㊴, ㊵, ㊶
理工学部地球環境学科 ㊴, ㊵, ㊶
理工学部電子情報工学科 ㊴, ㊵, ㊶
理工学部知能機械工学科 ㊴, ㊵, ㊶
5. 解答用紙の指定された欄に学部名と受験番号を記入すること。
6. 配付された解答用紙は持ち帰らないこと。
7. 配付された問題冊子と計算用紙は持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x + \frac{1}{x^2}$ のグラフの概形をかけ。

(2) 定積分 $\int_0^1 \frac{dx}{(3+x^2)^2}$ を求めよ。

5 a を実数とする。

(1) 定積分 $\int_0^1 |x^2 - ax| dx$ を求めよ。

(2) この定積分の値を最小にする a の値と、そのときの定積分の値を求めよ。

6 次の不等式の表す領域を図示せよ。

$$|x| \leq \pi, \quad |y| \leq \pi, \quad \sin(x+y) - \sqrt{3} \cos(x+y) \geq 1$$

7 k を正の整数として

$$a_k = \int_0^\pi (\sin x - \cos kx)^2 dx$$

とする。

(1) a_k を求めよ。

(2) n を正の整数として, $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

8 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

の成分は $a > b > c > d > 0$ を満たすとする。正の整数 n に対して

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$$

とおく。 $a_n > b_n > c_n > d_n > 0$ を示せ。

9 座標平面上に4点 $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(1, 1)$, $D(6, 1)$ がある。

点 P が線分 AB 上を動き、点 Q が線分 CD 上を動くとき、三角形 ABQ と三角形 CDP の重なる部分の面積の最大値を求めよ。

- 10 等比数列 $2, 4, 8, \dots$ と等比数列 $3, 9, 27, \dots$ のすべての項を小さい順に並べてできる数列の第 1000 項は、ふたつの等比数列のどちらの第何項か。
($\log_6 2 = 0.386852 \dots$ を使ってよい。)

- 11 袋の中に $4n$ 枚のカードが入っている。 n は自然数である。それぞれのカードには 1 から n までの自然数のひとつが書かれている。同じ数が書かれたカードは 4 枚ずつある。この袋からカードを 2 枚同時に取り出す。取り出したカードに書かれている数の大きい方を X とする。ただし、同じ数が書かれているときはその数を X とする。

- (1) k を n 以下の自然数とする。 $X = k$ である確率を求めよ。
(2) X の期待値を求めよ。