

平成22年度入学試験問題

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、4 から 11 までの問題が印刷されていて、合計 4 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には、申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は、採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・専攻等で課す問題は下に表示する。
医学部医学科 9, 10, 11
医学部保健学科放射線技術科学専攻 6, 8, 9
理工学部数理科学科 6, 7, 8, 9, 10
理工学部物理科学科 4, 5, 6
理工学部物質創成化学科 4, 5, 6
理工学部地球環境学科 4, 5, 6
理工学部電子情報工学科 4, 5, 6
理工学部知能機械工学科 4, 5, 6
5. 解答用紙の指定された欄に学部名と受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外は、すべて持ち帰ること。

- 4 すべての正の整数 n に対して、 $3^{3n-2} + 5^{3n-1}$ が 7 の倍数であることを証明せよ。

- 5 $a > 1$ を定数とする。3つの放物線 $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = ax^2$ の $x \geq 0$ の部分をそれぞれ、 C , C_1 , C_2 とする。 C 上の点 P から x 軸に下ろした垂線と2曲線 C , C_1 で囲まれた領域を D_1 とする。 P から y 軸に下ろした垂線と2曲線 C , C_2 で囲まれた領域を D_2 とする。

- (1) 領域 D_1 , D_2 の面積をそれぞれ S_1 , S_2 とする。点 P のとり方によらず常に $S_1 = S_2$ となるような a の値を求めよ。
- (2) 領域 D_1 , D_2 を y 軸のまわりに1回転してできる立体の体積をそれぞれ V_1 , V_2 とする。点 P のとり方によらず常に $V_1 = V_2$ となるような a の値を求めよ。

6

次の問いに答えよ。

- (1) a を定数とする。関数 $y = a(x - \sin 2x)$ ($-\pi \leq x \leq \pi$) の最大値が 2 であるような a の値を定めよ。
- (2) 定積分 $\int_1^3 \frac{\log(x+1)}{x^2} dx$ を求めよ。

7

数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が次の条件を満たすとする。

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 2, \quad a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 2, \quad b_2 = 6, \quad b_{n+2} = 2b_{n+1} + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

さらに行列 A を $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ とする。このとき次が成り立つことを証明せよ。

(ア) n が 2 以上の偶数のとき, $A^n = 8^{\frac{n}{2}} \begin{pmatrix} a_{n+1} & a_n \\ a_n & a_{n-1} \end{pmatrix}$

(イ) n が 3 以上の奇数のとき, $A^n = 8^{\frac{n-1}{2}} \begin{pmatrix} b_{n+1} & b_n \\ b_n & b_{n-1} \end{pmatrix}$

8 各辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、辺OBを3 : 1に内分する点をP、辺OCの中点をQ、辺BCの中点をRとする。また、直線PQと直線ORとの交点をXとするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分OXの長さを求めよ。
- (2) 線分AXの長さを求めよ。

9 G, O, U, K, A, K, Uの7文字を1列に並べるとき、同じ文字が隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

10 座標平面において、原点を中心とする半径 3 の円を C 、点 $(0, -1)$ を中心とする半径 8 の円を C' とする。 C と C' にはさまれた領域を D とする。

- (1) $0 \leq k \leq 3$ とする。直線 l と原点との距離が一定値 k であるように l が動くとき、 l と D の共通部分の長さの最小値を求めよ。
- (2) 直線 l が C と共有点をもつように動くとき、 l と D の共通部分の長さの最小値を求めよ。

11 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \{x(1-x)\}^{\frac{3}{2}} dx$$