

平成 23 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、㊴から㊿までの問題が印刷されていて、合計3ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には、申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は、採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 ㊴, ㊵, ㊿
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 ㊴, ㊵, ㊿
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 ㊴, ㊵, ㊿
医学部医学科 ㊴, ㊵, ㊿
医学部保健学科放射線技術科学専攻 ㊵, ㊶, ㊿
理工学部数理科学科 ㊵, ㊶, ㊴, ㊵, ㊿
理工学部物理科学科 ㊵, ㊶, ㊿
理工学部物質創成化学科 ㊵, ㊶, ㊿
理工学部地球環境学科 ㊵, ㊶, ㊿
理工学部電子情報工学科 ㊵, ㊶, ㊿
理工学部知能機械工学科 ㊵, ㊶, ㊿
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外は、すべて持ち帰ること。

□4 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^\pi \cos mx \cos nx \, dx$ ただし, m, n は自然数である。

(2) $\int_1^3 \left(x - \frac{1}{x}\right) (\log x)^2 \, dx$

□5 n を自然数とし,

$$S_n = \int_{(n-1)\pi}^{n\pi} e^{-x} (|\sin x| + 1) \, dx$$

とする。ただし, e は自然対数の底である。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $e^{-x}(\sin x + \cos x)$ を微分せよ。

(2) S_n および無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ の和を求めよ。

6 次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) すべての実数 x に対して、次の不等式を証明せよ。

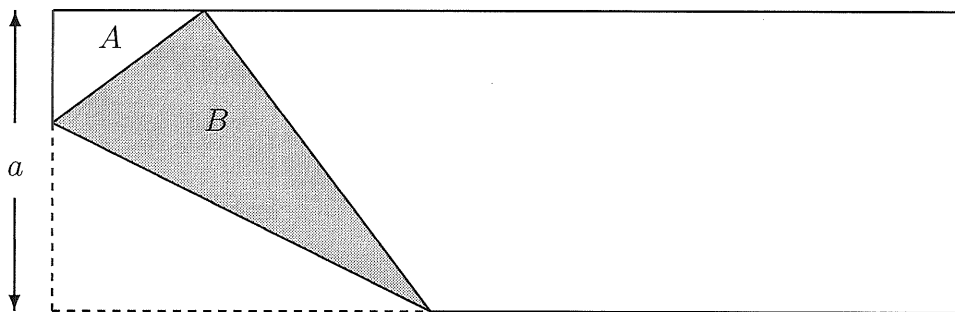
$$1 - x^2 \leq e^{-x^2} \leq 1$$

(2) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^2 e^{-\left(\frac{x}{n}\right)^2} dx$ を求めよ。

7 細長い長方形の紙があり、短い方の辺の長さが a で長い方が $9a$ であったとする。下図のように、この長方形の1つの角(かど)を反対側の長い方の辺に接するように折る。図に示した2つの三角形 A, B について、次の問いに答えよ。

(1) 三角形 A の面積の最大値を求めよ。

(2) 三角形 B の面積の最小値を求めよ。



8 正20角形 P について、次の問いに答えよ。

- (1) 正20角形 P の対角線は何本ひけるか。
- (2) 正20角形 P の頂点から3つを選び、これらを頂点とする三角形をつくるとき、 P と辺を共有しない三角形はいくつあるか。ただし、合同な三角形は区別せずに1つと数えることにする。

9 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が次の条件を満たしているものとする。

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \end{pmatrix} \quad A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{\frac{1}{2}} \end{pmatrix}$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A および A^2 を求めよ。
- (2) O を座標平面上の原点とし、 O と異なる点 $P(x_1, y_1)$ があり、他の2点 $Q(x_2, y_2), R(x_3, y_3)$ に対して次の関係があるとする。

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = A^3 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

このとき、三角形 OQR が正三角形であることを証明せよ。

- (3) 点 P, Q は(2)と同じものとする。 $\angle OPQ$ の大きさを求めよ。