

## 平成 24 年度入学試験問題(前期)

# 数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、㊦から㊰までの問題が印刷されていて、合計4ページである。  
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。  
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 ㊦, ㊧, ㊨  
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 ㊦, ㊧, ㊨  
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 ㊦, ㊧, ㊨  
医学部医学科 ㊱, ㊲, ㊳  
医学部保健学科放射線技術科学専攻 ㊦, ㊧, ㊨  
理工学部数理科学科 ㊦, ㊧, ㊲, ㊳, ㊴  
理工学部物理科学科 ㊦, ㊧, ㊨  
理工学部物質創成化学科 ㊦, ㊧, ㊨  
理工学部地球環境学科 ㊦, ㊧, ㊨  
理工学部電子情報工学科 ㊦, ㊧, ㊨  
理工学部知能機械工学科 ㊦, ㊧, ㊨
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

- 4 放物線  $y = x^2$  を  $C$  とし、放物線  $x - 3 = (y - 7)^2$  を  $D$  とする。 $k$  は定数として直線  $y = 2x + k$  を  $L$  とする。 $L$  と  $C$  は異なる 2 点  $P, Q$  で交わり、 $L$  と  $D$  は異なる 2 点  $R, S$  で交わるとする。

- (1)  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 線分  $PQ$  と線分  $RS$  の長さの和が最大になるときの  $k$  の値を求めよ。

- 5  $f(x) = (x^2 + (2 - e)x + 1)e^x$  とする。ここで  $e$  は自然対数の底である。

- (1) 関数  $f(x)$  の極大値を求めよ。
- (2) 上で求めた極大値を  $b$  として、曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = b$  で囲まれる部分の面積を求めよ。

- 6 座標平面に点  $E(1, 0)$ ,  $F(1, 1)$ ,  $F'(-5, 11)$  がある。さらに点  $E'$  は第 1 象限にあり、 $O$  を原点とすると、三角形  $OE'F'$  は角  $E'$  が直角の二等辺三角形である。

- (1) 点  $E'$  の座標を求めよ。
- (2) 点  $E$  を点  $E'$  に、点  $F$  を点  $F'$  に移すような 1 次変換を  $f$  とする。 $f$  を表す行列を求めよ。
- (3) 座標平面に三角形  $OPQ$  があり、(2) の 1 次変換  $f$  により点  $P$  が点  $P'$  に、点  $Q$  が点  $Q'$  に移るとする。三角形  $OPQ$  と三角形  $OP'Q'$  は相似であることを示せ。

- 7 次の問いに答えよ。

- (1)  $x + y = \frac{1}{3}\pi$  のとき  $\sin x + \sin y$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2)  $\sin x + \sin y = \frac{8}{5}$  のとき  $\sin(x + y)$  のとりうる値の範囲を求めよ。

8  $f(\theta) = \cos 2\theta + 2\cos\theta$ ,  $g(\theta) = \sin 2\theta + 2\sin\theta$  とする。

- (1)  $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲において、関数  $f(\theta)$ ,  $g(\theta)$  の増減を調べよ。
- (2)  $xy$  平面上の曲線  $x = f(\theta)$ ,  $y = g(\theta)$  ( $-\pi \leq \theta \leq \pi$ ) で囲まれる図形の面積を求めよ。

9  $xy$  平面上の楕円  $4x^2 + 9y^2 = 36$  を  $C$  とする。

- (1) 直線  $y = ax + b$  が楕円  $C$  に接するための条件を  $a$  と  $b$  の式で表せ。
- (2) 楕円  $C$  の外部の点  $P$  から  $C$  に引いた 2 本の接線が直交するような点  $P$  の軌跡を求めよ。

- 10  $n$  を自然数とする。袋の中に  $n$  枚のカードが入っていて、それらに 1 から  $n$  までの自然数がひとつずつ書かれている。袋からカードを 1 枚取り出し、書かれている数を記録し、カードを袋に戻すという試行を 3 回繰り返す。3 回の試行で記録された数の最大値を  $X$  とするとき、 $X$  の期待値を求めよ。