

平成 25 年度入学試験問題(前期)

数 学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には、4 から 8 までの問題が印刷されていて、合計 3 ページである。
落丁、乱丁、印刷の不鮮明な箇所等がある場合には、申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は、問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 各学部・学科・課程・専攻・専修等で課す問題は下に表示する。
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻算数・数学専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻理科専修 4, 5, 6
教育学部学校教育教員養成課程教科教育専攻技術専修 4, 5, 6
医学部医学科 4, 5, 6
医学部保健学科放射線技術科学専攻 4, 5, 6
理工学部数理科学科 5, 6, 7, 8
理工学部物理科学科 4, 5, 6
理工学部物質創成化学科 4, 5, 6
理工学部地球環境学科 4, 5, 6
理工学部電子情報工学科 4, 5, 6
理工学部知能機械工学科 4, 5, 6
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

- (1) 区間 $-1 < x < 1$ における $f(x) = \log((1-x)^{1-x}(1+x)^{1+x})$ の最小値を求めよ。ただし、対数は自然対数である。
- (2) 区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ における $g(x) = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{3} \cos 3x$ の最大値、最小値を求めよ。

5 曲線 $y = e^x + \frac{6}{e^x + 1}$ と直線 $y = 4$ で囲まれた部分の面積を求めよ。ただし、 e は自然対数の底である。

6 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $D(A) = ad - bc$, $T(A) = a + d$ と定める。実数

x, y に対して行列 X を $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ とおき, 行列 E を $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし,

行列 O を $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して等式 $A^2 - T(A)A + D(A)E = O$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $D(X) < 0$ かつ $T(X) > 0$ となる (x, y) の領域を図示せよ。

(3) X が逆行列をもたないとき, $T(X^{2n})$ の最小値を n を用いて表せ。ただし, n は正の整数である。

7 $x \geq 2$ とし, 区間 $-1 \leq t \leq 1$ における $f(t) = 4t^3 - x^2t$ の最大値を $M(x)$ で表す。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $y = M(x)$ のグラフの概形をかけ。

(2) 曲線 $y = M(x)$ と y 軸および 2 直線 $y = \frac{8\sqrt{3}}{9}$, $y = 10$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

- 8 $5^{2n-1} + 7^{2n-1} + (23)^{2n-1}$ がすべての正の整数 n について 35 で割り切れることを証明せよ。