

条件を満たすような2次式が存在するとき、その2次式を正の実数倍して得られる2次式も条件を満たす。よって、条件を満たす2次式の2次の係数は1であるとしても一般性を失わない。よって、条件を満たす2次式は正の実数 a, b を用いて

$$x^2 + ax + b$$

とおける。多項式 $x^3 + 3x^2 + 2x + 7$ はこれと実数 c を用いて

$$\begin{aligned} x^3 + 3x^2 + 2x + 7 &= (x^2 + ax + b)(x + c) \\ &= x^3 + (a+c)x^2 + (ac+b)x + bc \end{aligned}$$

とできるので、係数を比較して、

$$\begin{cases} a+c=3 & \cdots \textcircled{1} \\ ac+b=2 & \cdots \textcircled{2} \\ bc=7 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

が得られる。 $b > 0$ であるから③より $c > 0$ である。よって、 $a > 0$ より $ac > 0$ となるから、②より

$$b = 2 - ac < 2$$

となる。つまり、 $0 < b < 2$ であるから、③より

$$c = \frac{7}{b} > \frac{7}{2}$$

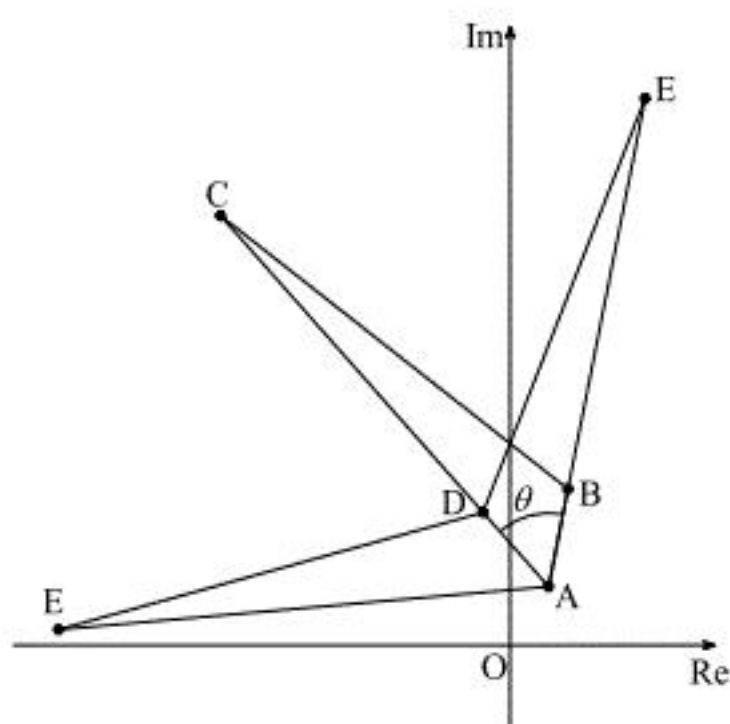
である。これと①を合わせて考えると、

$$a = 3 - c < -\frac{1}{2}$$

となるが、これは $a > 0$ に矛盾している。以上より、条件を満たすような2次式は存在しない。

(答) 略

$A(\alpha), B(\beta), C(\gamma), D(\delta), E(\varepsilon)$ とおく。ただし, $\alpha = 2 + 3i, \beta = 3 + 8i, \gamma = -15 + 22i$ である。



$\angle BAC = \theta$ とすると,

$$\begin{aligned}\theta &= \arg \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} \\ &= \arg \frac{(-15 + 22i) - (2 + 3i)}{(3 + 8i) - (2 + 3i)} \\ &= \arg \frac{-17 + 19i}{1 + 5i} \\ &= \arg \frac{(-17 + 19i)(1 - 5i)}{(1 + 5i)(1 - 5i)} \\ &= \arg \frac{78 + 104i}{26} \\ &= \arg(3 + 4i)\end{aligned}$$

であるから,

$$\begin{aligned}\cos \theta + i \sin \theta &= \frac{3 + 4i}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= \frac{3 + 4i}{5}\end{aligned}$$

となる。ここで、DはAを中心にBを θ 回転させたものであるから、

$$\begin{aligned}\delta - \alpha &= (\beta - \alpha)(\cos \theta + i \sin \theta) \\ &= \{(3 + 8i) - (2 + 3i)\} \cdot \frac{3 + 4i}{5} \\ &= \frac{(1 + 5i)(3 + 4i)}{5} \\ &= \frac{-17 + 19i}{5} \\ \therefore \delta &= \frac{-7 + 34i}{5}\end{aligned}$$

であり、同様にして、EはAを中心にCを $\pm\theta$ 回転させたものであるから、

$$\begin{aligned}\varepsilon - \alpha &= (\gamma - \alpha)(\cos \theta \pm i \sin \theta) \\ &= \{(-15 + 22i) - (2 + 3i)\} \cdot \frac{3 \pm 4i}{5} \\ &= \frac{(-17 + 19i)(3 \pm 4i)}{5} \\ &= \frac{-127 - 11i}{5}, 5 + 25i \\ \therefore \varepsilon &= \frac{-117 + 4i}{5}, 7 + 28i\end{aligned}$$

が得られる。

(答) Dを表す複素数: $\frac{-7 + 34i}{5}$, Eを表す複素数: $\frac{-117 + 4i}{5}, 7 + 28i$

- [1] 1回目に6の目がでるとき、
その確率は、

$$\frac{1}{6}$$

となる。

- [2] 2回目に初めて6の目がでるとき、
その確率は

$$\left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6^2}$$

となる。

- [3] 3回目に初めて6の目がでるとき、
2回目までの目の出方は、1, 2, 3, 4, 5から2個を選ぶ組合せの総数に等しく

$${}_5C_2 = 10 \text{ (通り)}$$

であるから、求める確率は、

$$\frac{10}{6^2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{10}{6^3}$$

となる。

- [4] 4回目に初めて6の目がでるとき、
3回目までの目の出方は、1, 2, 3, 4, 5から3個を選ぶ組合せの総数に等しく

$${}_5C_3 = 10 \text{ (通り)}$$

であるから、求める確率は、

$$\frac{10}{6^3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{10}{6^4}$$

となる。

- [5] 5回目に初めて6の目がでるとき、
4回目までの目の出方は、1, 2, 3, 4, 5から4個を選ぶ組合せの総数に等しく

$${}_5C_4 = 5 \text{ (通り)}$$

であるから、求める確率は、

$$\frac{5}{6^4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6^5}$$

となる。

- [6] 6回目に初めて6の目がでるとき、
5回目までの目の出方は、

$$(1, 2, 3, 4, 5)$$

の1通りであるから、求める確率は、

$$\frac{1}{6^5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^6}$$

となる。

以上[1]～[6]より、求める確率は、

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6^2} + \frac{10}{6^3} + \frac{10}{6^4} + \frac{5}{6^5} + \frac{1}{6^6} = \frac{16807}{46656}$$

となる。