平成30年度入学試験問題(前期)

数　　学

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

【注 意 事 項】

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
2. 本冊子には，4から6までの3問題が印刷されていて，合計2ページである。落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所等がある場合には申し出ること。
3. 解答用紙を別に配付している。解答は，問題と同じ番号の解答用紙に記入すること。なお，解答用紙の裏面に記入してはならない。解答用紙の裏面に記入した内容は採点されないので注意すること。
4. 4から6までのすべてを解答すること。
5. 解答用紙の指定された欄に学部名及び受験番号を記入すること。
6. 提出した解答用紙以外はすべて持ち帰ること。

4 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \sin x + \tan x - 2x$ の導関数を求めよ。さらに，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ において $f(x) > 0$ となることを示せ。

(2) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{1}{(e^{2x}+a)(e^{-2x}+a)}\,dx \quad (a \text{ は正の定数})$$

5 a を正の実数とする。座標平面上に 2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2 + 4ax + a^2$$

$$C_2 : y = -x^2 + 4ax - a^2$$

がある。C_1，C_2 の両方に接する 2 つの直線のうち傾きが大きいものを ℓ_1，傾きが小さいものを ℓ_2 とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_1，ℓ_2 の方程式を a を用いて表せ。

(2) a が正の実数全体を動くとき，2 直線 ℓ_1 と ℓ_2 のなす角 θ の最大値を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ とする。

6 複素数平面上で3つの複素数

$$0,\quad 1+\sqrt{3}\,i,\quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}i$$

が表す点をそれぞれO，A，Bとする。ただし，iは虚数単位である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) △OABにおいて∠AOBの大きさ，および辺OA，OBの長さを求めよ。

(2) △OABの外接円の中心を表す複素数を求めよ。