

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ 数学A，数学B

平成10年2月25日

自 9時00分

至 11時00分

答案作成上の注意

- 1 この問題用紙には、新「数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A(数と式)，数学B(ベクトル)」と旧「数学Ⅰ，代数・幾何，基礎解析」との共通の範囲からの問題〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕と，新教育課程の固有の範囲からの問題〔Ⅴ－1〕と旧教育課程の固有の範囲からの問題〔Ⅴ－2〕の6問がある。総ページは3ページである。
- 2 上記6問の中から，問題〔Ⅰ〕，〔Ⅱ〕，〔Ⅲ〕，〔Ⅳ〕の4問と，問題〔Ⅴ－1〕，〔Ⅴ－2〕のうちのいずれか1問との，計5問について解答すること。
- 3 問題〔Ⅴ－1〕，〔Ⅴ－2〕については，選択し解答した問題の番号1または2を解答用紙の所定の欄に必ず記入すること。
- 4 解答用紙は5枚(表面)である。解答はすべて解答用紙の所定の場所に記入すること。
- 5 下書用紙は，各受験者に1枚である。
- 6 受験番号は，すべての解答用紙(2ヶ所)，下書用紙(1ヶ所)の所定の欄に必ず記入すること。
- 7 試験終了後は，解答用紙の左にある番号の順に並べること。
- 8 配布した解答用紙，下書用紙は持ち出してはならない。

〔Ⅰ〕 三角形 ABC において、3つの角の大きさの比が $A : B : C = 7 : 4 : 1$ 、辺 AB の長さが 1 とする。

- (1) $\sin A$, $\sin C$ の値を求めよ。
- (2) 辺 BC の長さを求めよ。

〔Ⅱ〕 2 次関数 $f(x) = px^2 + qx + r$ は、次の (i), (ii) を満たすとする。

(i) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(x, f(x))$ における接線の傾きは $-4x + 8$ である。

(ii) $y = f(x)$ のグラフは x 軸と異なる 2 点で交わる。

- (1) p , q の値と r の範囲を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフが x 軸と交わる 2 点を A, B, y 軸と交わる点を C とし、三角形 ABC の面積を T とする。また、 $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれる図形の面積を S とする。 $S = 4T$ となるような r の値を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面の点 $O(0, 0)$, $A(1, 1)$, $B(2, -1)$ と実数 k に対して、点 C は

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + k\overrightarrow{OA}$$

を満たすとする。

- (1) 内積 $(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{OA}$ が $2k$ となる点 P の描く図形は、C を通り、直線 OA と直交する直線であることを示せ。
- (2) $\angle ACB$ の大きさが 45° となる k を求めよ。

〔Ⅳ〕 xy 平面上に原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 1 の円 C とその上の点 $A(1, 0)$ がある。円 C 上を動く点 P に対して、3 点 O, A, P が三角形をつくるとき、その三角形の重心を G とする。

(1) G の軌跡を求めよ。

(2) 円 C 上の点 $P_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ に対する三角形 OAP_0 の重心を G_0 とする。(1) で求めた軌跡の G_0 における接線が x 軸と交わる点の座標を求めよ。

〔Ⅴ〕 次の問題〔Ⅴ－1〕, 〔Ⅴ－2〕のいずれか一方を選択し解答すること。新教育課程履修者、旧教育課程履修者とも、いずれを選択し解答してもよい。

〔Ⅴ－1〕 A と B の 2 人が同時に 1 個ずつサイコロを振り、出た目を比較して、大きい目を出した方の得点は 1、他方の得点は 0、となる試行を考える。ただし、2 つのサイコロの出た目が同じなら A, B のいずれの得点も 0 とする。

(1) この試行を 1 回行うとき、 A の得点が 1 となる確率を p 、 B の得点が 1 となる確率を q 、いずれの得点も 0 となる確率を r とする。 p, q, r を求めよ。

(2) この試行を 2 回行うとき、 A の合計得点が B の合計得点より多くなる確率を求めよ。

(3) この試行を 3 回行うとき、 A の合計得点が B の合計得点より 1 点多くなる確率を求めよ。

〔Ⅴ－2〕 行列 $A = \begin{pmatrix} p & q \\ a & b \end{pmatrix}$ ($p > 0, q > 0$) で与えられる一次変換 f によって xy 平面上の直線 $y = x + 1$ が直線 $y = 2x$ にうつされるとする。

(1) a, b を p, q を用いて表せ。

(2) 直線 $y = 2x - 1$ は f によってどのような図形にうつされるか。