

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ

数学A，数学B

平成16年2月25日

自 9 時00分

至11時00分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A(数と式)，数学B(ベクトル)の問題が5問あります。総ページは6ページです。
- 2 解答用紙は5枚(表面)です。解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄(2ヶ所)に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。

[1] a, b を実数とする。 x の方程式 $4^x + a \times 2^{x+1} + b = 0$ について、次の問いに答えよ。

(1) $a = -1, b = -3$ のときの解を求めよ。

(2) この方程式が異なる 2 つの実数解をもつような点 (a, b) 全体の集合を、座標平面上に図示せよ。

[2] $-180^\circ < x < 180^\circ$ とする。 c を実数とする。 x の方程式

$$(*) \quad \sin x + \sqrt{3} \cos x + c = 0$$

について、次の問いに答えよ。

(1) $(*)$ を $\sin(x + A) = B$ の形で表せ。また、 $c = \sqrt{3}$ のとき、 x の値を求めよ。

(2) $(*)$ が異なる 2 つの解 α, β をもつための c の条件を求めよ。

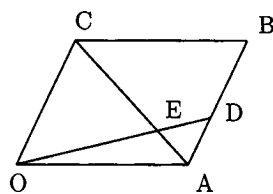
(3) $\tan \frac{x}{2} = t$ とおくとき、

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

を示せ。さらに、 $(*)$ を t についての 2 次方程式で表せ。

(4) (2) の条件のもとで、 $\tan \frac{\alpha + \beta}{2}$ の値を求めよ。

- [3] 平行四辺形 $OABC$ の辺 AB を $m:n$ に内分する点を D とし、線分 OD と対角線 AC との交点を E とする。次の問いに答えよ。



- (1) 公式 $\overrightarrow{OD} = \frac{n\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB}}{m+n}$ を証明せよ。
- (2) $\overrightarrow{OE}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, m , n を用いて表せ。
- (3) 4点 O, A, B, C を xy 平面上の点とし、3点 O, A, C の座標を $O(0,0)$, $A(1,0)$, $C(a,b)$ とする。ただし、 a, b は正の数とする。 $m=1, n=2$ のとき、2点 O, D を通る直線の方程式を求めよ。
- (4) (3) の条件のもとで、点 C から線分 OD に下した垂線の足 H の座標を求めよ。

「点 C から線分 OD に下した垂線の足 H 」とは、点 C からひいた線分 OD への垂線と線分 OD との交点 H のことである。

- [4] $f(x) = x^2 - 4x + 5$ とする。 $p < 2 < q$ とし、放物線 $y = f(x)$ 上の 2 点 $P(p, f(p))$, $Q(q, f(q))$ における接線を、それぞれ l, m とする。 l と m は点 $R(\frac{5}{2}, r)$ で交わり、それぞれの傾きを a, b とするとき、

$$2a + b = 0$$

を満たすものとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) p, q, r を求めよ。
- (2) 接線 l, m の方程式を求めよ。
- (3) 放物線 $y = f(x)$ と 2 つの接線 l, m で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

[5] 1, 2, 3, 4, 5 の数字を書いた 5 枚のカードがある。この 5 枚のカードを並べて 5 けたの数を作るとき、次の問いに答えよ。

(1) 偶数となる並べ方は何通りあるか。また、奇数となる並べ方は何通りあるか。

(2) 5 枚のカードをよく切って並べたとき、それが 54321 とちょうど 3 つの位で一致する確率を求めよ。

「それが54321とちょうど3つの位で一致する」とは、たとえば、“52341” は54321とちょうど3つの位で一致するが、“54321” は54321とちょうど3つの位で一致するとは言わない。[5] (3)・(4) においても同様の意味とする。

(3) 5 枚のカードをよく切って並べたとき、それが 54321 とちょうど 2 つの位で一致する確率を求めよ。

(4) 5 枚のカードを並べた数が、54321 と一致したときに 6 万円、54321 とちょうど 3 つの位で一致したときに 6 千円、54321 とちょうど 2 つの位で一致したときに 600 円もらえるものとする。これらの場合以外は何ももらえないものとする。5 枚のカードをよく切って並べる 1 回の試行での期待金額を求めよ。