

学 力 検 査 問 題

数 学

数学 I, 数学 II

数学 A, 数学 B

平成 17 年 2 月 25 日

自 9 時 00 分

至 11 時 00 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には、数学 I、数学 II、数学 A（数と式）、数学 B（ベクトル）の問題が 5 問あります。総ページは 11 ページで、問題は偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は 5 枚（表面）です。解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は、それぞれの解答用紙の所定の欄（2 ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は、解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は、持ち出してはいけません。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) $P(x)$ は、 x^3 の係数が 1 であるような 3 次式とする。 $P(x)$ を $(x+1)^2$ で割ったときの余りは $x+1$ であり、 $(x-1)^2$ で割ったときの余りは $x+c$ である。ただし、 c は定数である。このとき、 c の値と $P(x)$ を求めよ。

(2) 正の実数 x, y が $xy = 100$ を満たすとき、

$$(\log_{10} x)^3 + (\log_{10} y)^3$$

の最小値と、そのときの x と y の値を求めよ。

空 白

〔2〕 2つの円

$$(*) \quad x^2 + y^2 + (2\sqrt{2} \sin \theta) x - \frac{\sqrt{17}}{2} y + \sin^2 \theta + \frac{17}{16} = 0$$

$$(**) \quad x^2 + y^2 = \frac{9}{16}$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。

(1) 円 (*) の半径と中心の座標を θ を用いて表せ。

(2) 円 (*) と円 (**) が共有点をもたないような θ の値の範囲を求めよ。

空 白

〔3〕 三角形 OAB において、 $OA = 5$ 、 $OB = 6$ 、 $AB = 4$ とする。

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とおき、点 P を

$$\overrightarrow{OP} = \frac{2}{5} \vec{a} + \frac{1}{3} \vec{b}$$

で定める。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。
- (2) 点 P から辺 OA に垂線を下ろし、OA との交点を E とする。
 $\overrightarrow{OE} = k \vec{a}$ を満たす実数 k の値を求めよ。
- (3) 線分 PE の長さを求めよ。

空 白

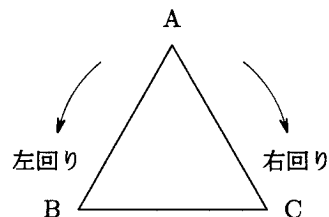
〔4〕 1枚のコインを1回投げて、三角形 ABC の
1つの頂点にある駒を、

表が出たとき、左回りで隣の頂点に移し、

裏が出たとき、右回りで隣の頂点に移す

という試行を考える。初めに駒を頂点 A に置く。

次の問いに答えよ。



- (1) この試行を2回繰り返したとき、駒が頂点 A にある確率 P_2 を求めよ。
- (2) この試行を3回繰り返したとき、駒が頂点 A にある確率 P_3 を求めよ。
- (3) この試行を4回繰り返したときに、駒が頂点 A に初めてもどってくる確率 Q_4 を求めよ。
- (4) この試行を n 回 ($n \geq 2$) 繰り返したときに、駒が頂点 A に初めてもどってくる確率 Q_n を求めよ。

空 白

〔5〕 各実数 t に対して、方程式

$$y = (2t - 3)x - t^2$$

で表される直線 L_t を考える。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 L_t と L_s が直交するとき、 L_t と L_s の交点の y 座標は、 t と s によらない定数になることを示せ。
- (2) 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ にすべての直線 L_t が接するとき、定数 a, b, c の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた放物線と2つの直線 L_t, L_{t+2} によって囲まれる図形の面積は、 t によらない定数になることを示せ。

空 白