

学 力 検 査 問 題

数 学

数学Ⅰ，数学Ⅱ
数学A，数学B

平成 23 年 2 月 25 日

自 9 時 00 分

至 11 時 00 分

答案作成上の注意

- 1 この問題冊子には，数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列，ベクトル）の問題が5問あります。総ページは11ページで，問題は偶数ページにあります。
- 2 解答用紙は5枚です。解答はすべて対応する番号の解答用紙の所定の解答欄（表面）に記入しなさい。解答用紙の注意書きもよく読みなさい。
- 3 受験番号は，それぞれの解答用紙の所定の欄（2ヶ所）に必ず記入しなさい。
- 4 試験終了後は，解答用紙の右上の番号の順に並べなさい。
- 5 配付した解答用紙は，持ち出してはいけません。

〔 1 〕 次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。不等式

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} < \frac{6}{a} + \frac{k}{b}$$

を満たす k の値の範囲を求めよ。

- (2) a, b は定数で, $a > 0$ とする。2 次関数 $f(x) = ax^2 - 2x + b$ の定義域を $-1 \leq x \leq 2$ とし, $f(-1) < f(2)$ を満たすとする。関数 $y = f(x)$ の値域が $-1 \leq y \leq 7$ であるとき, 定数 a, b の値を求めよ。

空 白

〔2〕 次の問いに答えよ。

(1) $\log_2 3 = \frac{m}{n}$ を満たす自然数 m, n は存在しないことを証明せよ。

(2) p, q を異なる自然数とすると、 $p \log_2 3$ と $q \log_2 3$ の小数部分は等しくないことを証明せよ。

(3) $\log_2 3$ の値の小数第1位を求めよ。

空 白

〔3〕 放物線 $F: y = \frac{1}{2}(x+1)^2$ 上の点 $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ を通り、 A における F の接線に垂直な直線を ℓ とし、 ℓ と放物線 F との交点のうち点 A と異なる方を $B\left(b, \frac{1}{2}(b+1)^2\right)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ の方程式と b の値を求めよ。

(2) 放物線 F と直線 ℓ で囲まれた部分の面積 T_1 を求めよ。

(3) 線分 AB を直径とする円を C とする。このとき、不等式 $y \leq \frac{1}{2}(x+1)^2$ の表す領域で円 C の内部にある部分の面積 T_2 を求めよ。

空 白

〔4〕 平面上で、線分 AB を 1:2 に内分する点を O、線分 AB を 1:4 に外分する点を C とする。P を直線 AB 上にない点とし、 $\overrightarrow{PO}$ と $\overrightarrow{PC}$ が垂直であるとする。 $\overrightarrow{PA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{PB} = \vec{b}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{PO}$ 、 $\overrightarrow{PC}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ で表せ。

(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を $|\vec{a}|$ 、 $|\vec{b}|$ で表せ。

(3) $PA = 1$ 、 $\triangle PAB$ の面積が $\frac{3}{2}$ のとき、PB の長さを求めよ。

空 白

〔5〕　さいころを n 回投げる。 k 回目 ($k = 1, 2, \dots, n$) に投げた結果,

1 または 2 の目が出たとき $X_k = 2$,

3 または 4 の目が出たとき $X_k = 3$,

5 または 6 の目が出たとき $X_k = 5$

とする。これらの積を $Y = X_1 X_2 \cdots X_n$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $n = 5$ のとき, Y が偶数になる確率 p_1 を求めよ。

(2) $n = 5$ のとき, Y が 100 の倍数になる確率 p_2 を求めよ。

(3) $n = 2$ のとき, Y の期待値 E を求めよ。

空 白

